



Аналитические материалы

По результатам проведения Национального исследования
качества математического образования в 5-7 классах

Часть 2

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

2014-2015 гг.

Оглавление

Анализ выполнения диагностической работы в 5 классе.....	3
5 класс. Анализ выполнения заданий диагностической работы.....	3
5 класс. Анализ результатов выполнения работы группами участников с разным уровнем подготовки	17
5 класс. Выводы и рекомендации по результатам выполнения работы.....	19
Анализ выполнения диагностической работы в 6 классе.....	21
6 класс. Анализ выполнения заданий диагностической работы.....	21
6 класс. Анализ результатов выполнения работы группами участников с разным уровнем подготовки	39
6 класс. Выводы и рекомендации по результатам выполнения работы.....	42
Анализ выполнения диагностической работы в 7 классе.....	44
7 класс. Анализ выполнения заданий диагностической работы.....	44
7 класс. Анализ результатов выполнения работы группами участников с разным уровнем подготовки	61
7 класс. Выводы и рекомендации по результатам выполнения работы.....	62
Выводы и рекомендации.....	65
Рекомендуемые меры по совершенствованию математического образования.....	68

Анализ выполнения диагностической работы в 5 классе

5 класс. Анализ выполнения заданий диагностической работы

Ниже рассмотрены примеры заданий каждой линии в диагностических работах. Для заданий с кратким ответом приведены типичные ошибки – неверные варианты ответов, которые дали более 1% участников исследования.

Линия 1

В заданиях данной линии проверялось умение выполнять арифметические действия, в том числе с числами, кратными 10, 100 или 1000.

Пример 1.1. Процент выполнения – 77

Вычислите: $6000 : 500 \cdot 7$.

Ответ: 84.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
12	2,89
70	1,13

Пример 1.2. Процент выполнения – 66

Вычислите: $8000 : 250 \cdot 7$.

Ответ: 224.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
32	3,17
2240	1,93
1484	1,67
252	1,23
2114	1,06

В первом примере происходит деление 6000 на 500, которое сводится к делению 60 на 5. Во втором примере требуется разделить 8000 на 250 или 800 на 25. И если первое деление (60 на 5) легко выполнить даже в уме, то деление на двузначное число вызывает у обучающихся гораздо бóльшие затруднения. В обоих случаях самый частый неверный ответ получен из-за того, что выполнено только первое действие, а второе забыто. Кроме того, во втором примере распространенной является ошибка в учете нулей делимого и делителя.

Полученные результаты свидетельствуют о слабой сформированности у школьников 5 класса навыков самоконтроля, что, вероятно, препятствует уверенному выполнению элементарных арифметических действий.

Линия 2

В заданиях данной линии проверялось умение выполнять арифметические действия, соблюдая при этом определенный правилами арифметики порядок действий.

Пример 2.1. Процент выполнения – 58

Вычислите: $69 - 32 : (5 + 3) + 5 \cdot 7$.

Ответ: 100.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
30	9,34
46	2,29
43	1,40
38	1,25
90	1,22
70	1,18
69	1,15
39	1,11

Пример 2.2. Процент выполнения – 48

Вычислите: $59 - 35 : (3 + 4) + 4 \cdot 8$.

Ответ: 86.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
22	9,30
23	5,43
56	1,94
39	1,86
58	1,63
27	1,55
15	1,32
36	1,09
59	1,09
87	1,09

При выполнении обоих заданий наиболее типичной ошибкой участников исследования было нарушение порядка выполнения арифметических действий: обучающиеся сначала складывали последние слагаемые, а затем вычитали полученную сумму из большего числа. Однако в первом из приведенных примеров промежуточные вычисления несколько проще, поскольку в последнем действии складываются числа, кратные 5. Во втором примере существенная доля пятиклассников при нарушенном порядке действий допустила еще и арифметическую ошибку.

По результатам выполнения заданий данной линии можно говорить о недостаточной сформированности навыка соблюдения порядка арифметических действий, являющегося одним из простейших проявлений алгоритмического мышления.

Линия 3

В заданиях данной линии проверялось умение составлять на основе текстового описания последовательности действий арифметические выражения, в которых действия выполняются в обратном порядке, а также вычислять значение этих выражений.

Пример 3.1. Процент выполнения – 63

Если данное число увеличить в 5 раз, то получившееся число будет на 7 меньше, чем 97. Найдите данное число.

Ответ: 18.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
90	7,59
450	2,23
62	2,23
85	1,45
95	1,45
16	1,18

Пример 3.2. Процент выполнения – 49

Если данное число увеличить в 5 раз, то получившееся число будет на 12 больше, чем 118. Найдите данное число.

Ответ: 26.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
130	9,09
106	1,71
58	1,71
135	1,55
21	1,55
178	1,48
60	1,40
650	1,32
590	1,01

Анализ типичных ошибок показывает, что в обоих примерах они вызваны в основном невнимательным прочтением текста задания. Вместо двух действий обучающиеся выполняли только одно, находя не данное первоначально число, а получившееся. Другая типичная ошибка состоит в том, что на втором шаге для получения данного числа обучающиеся вместо уменьшения получившегося числа в 5 раз увеличивали его во столько же раз. Более низкий процент выполнения второго задания связан, вероятно, и с несколько большей его арифметической сложностью.

Полученные результаты показывают важность развития у обучающихся навыков самоконтроля, в том числе навыков сопоставления выполняемых действий с условием задания.

Линия 4

В заданиях этой линии проверялось владение основными понятиями, связанными с натуральными числами.

Пример 4.1

Полностью верно выполнили это задание 42% участников, еще 39% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

Несколько чисел записаны в ряд: 2009, 2220, 9029, 9020, 9922.
Выберите все верные утверждения об этих числах.

- 1) Среди этих чисел есть число, которое при делении на 100 даёт остаток 9.
- 2) В последнем числе в разряде тысяч стоит цифра 2.
- 3) Среди этих чисел есть ровно три чётных числа.
- 4) Все числа записаны в порядке возрастания.

В ответе укажите номера верных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ:

1	3
---	---

Типичные ответы, оцениваемые 1 баллом (допущена одна ошибка)

Ответ	% участников
1	11,61
3	6,07
12	4,66
123	4,49
23	2,55
14	2,20
134	1,67

Типичные неверные ответы

Ответ	% участников
2	3,34
4	2,73
24	1,23

Пример 4.2

Полностью верно выполнили это задание 31% участников, еще 47% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

Несколько чисел записаны в ряд: 5006, 5550, 6050, 6056, 6655.
Выберите все верные утверждения об этих числах.

- 1) Среди этих чисел есть число, которое при делении на 100 даёт остаток 5.
- 2) В последнем числе в разряде тысяч стоит цифра 6.
- 3) Среди этих чисел есть ровно два чётных числа.
- 4) Все числа записаны в порядке возрастания.

В ответе укажите номера верных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ:

2	4
---	---

Типичные ответы, оцениваемые 1 баллом (допущена одна ошибка)

Ответ	% участников
4	9,99
2	7,74
234	6,69
23	6,20
124	3,63
12	3,22
34	2,34
14	1,61

Типичные неверные ответы

Ответ	% участников
3	2,74
13	2,50
1	2,18
123	1,53
134	1,05

Результаты демонстрируют неуверенное владение обучающимися такими понятиями, как «деление с остатком», «разрядная запись числа», «четность числа», «расположение чисел в порядке возрастания». Так, в первом примере более 15% обучающихся включили в число правильных ответов утверждение о том, что в числе 9922 цифра 2 стоит в разряде тысяч. Далее, как видно из таблицы ответов ко второму примеру, немало ошибок связано с тем, что обучающиеся сочли утверждение 1 верным. Очевидно, они путают остаток от деления на 10 (последнее число дает остаток 5, но при делении на 10) и остаток от деления на 100. В первом же примере такой проблемы нет. Кроме того, немало участников исследования не обратили внимания на слово «ровно» в формулировке и отвечали на вопрос, найдутся ли среди данных чисел два четных числа, вместо того, чтобы отвечать на вопрос, найдутся ли ровно два таких числа. Часть ошибок при выполнении заданий этой линии могла возникнуть из-за непонимания того, что число, оканчивающееся на 0, является четным. Возможно, некоторые участники исследования решили, что правильный ответ только один и, найдя одно верное утверждение, записали его в ответ.

Результаты выполнения заданий данной линии свидетельствуют о невысоком уровне сформированности понятий, имеющих ключевое значение для дальнейшего изучения курса математики: «делимость чисел», «деление с остатком», «разрядная запись числа». Кроме того, часть проблем, вероятно, связана с невнимательным прочтением условия задания.

Линия 5

В заданиях данной линии проверялось умение сравнивать величины, записанные в разных единицах измерения.

Пример 5.1. Процент выполнения – 44

Расположите величины в порядке убывания.

- 1) 2 т 50 кг
- 2) 500 000 г
- 3) 205 кг
- 4) 5 т 200 кг

В ответе запишите их номера в нужном порядке без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ:

4	1	2	3
---	---	---	---

Типичные ошибки

Ответ	% участников
4132	14,88
4213	8,57
2413	5,63
3214	4,12
2314	2,77
2341	1,36
3124	1,03
3142	1,00

Пример 5.2. Процент выполнения – 34

Расположите величины в порядке возрастания.

- 1) 4200 кг
- 2) 2 т 40 кг
- 3) 400 000 г
- 4) 240 кг

В ответе запишите их номера в нужном порядке без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ:

4	3	2	1
---	---	---	---

Типичные ошибки

Ответ	% участников
4312	7,05
3412	5,94
1234	5,55
4213	4,19
3421	4,05
4231	3,80
2134	2,79
2143	2,72
1324	2,36
4132	2,36
1243	2,11
3124	2,08
4200	1,61
4123	1,58
2314	1,47
3214	1,25

Пример 5.3. Процент выполнения – 21

Расположите величины в порядке возрастания.

- 1) 5,5 км
- 2) 2600 м
- 3) 37 000 см
- 4) 5 км 60 м

В ответе запишите их номера в нужном порядке без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ:

3	2	4	1
---	---	---	---

Типичные ошибки

Ответ	% участников
3214	14,34
1423	8,00
2314	5,98
4123	5,89
4132	4,49
2341	4,13
2143	3,43
1432	2,55
2413	2,37
3421	2,02
3142	1,67
3412	1,58
1243	1,14
4312	1,06

Как видно из приведенных данных, разброс в выполнении заданий этой линии весьма велик. В первом примере определение двух наибольших величин не вызвало проблемы: ими были величины в тоннах, значения которых легко сравниваются между собой, поэтому ошибка скорее могла быть только при рассмотрении остальных двух величин. При этом почти 15% обучающихся не смогли верно сравнить 500 000 г и 205 кг.

Во втором примере выбор наибольших величин оказался сложнее: тонна – самая крупная единица, но числовое значение в тоннах не самое большое, поэтому в этом задании спектр ошибочных ответов оказался шире.

Самым сложным оказался третий пример, в котором обучающиеся должны были решить две основные проблемы: перевести 37 000 см в метры (только около 40% обучающихся указали эту величину как самую маленькую) и сравнить 5,5 км и 5 км 60 м. (около 35% обучающихся посчитали, что вторая величина больше, видимо, потому что 6 больше 5). Кроме того, много ошибок было сделано из-за упорядочивания не по возрастанию, а по убыванию (или наоборот).

Результаты выполнения заданий этой линии показывают недостаточный уровень сформированности умения сравнивать значения размерных величин, что не позволит обучающимся в дальнейшем успешно выполнять практикоориентированные задания, решать текстовые задачи, а также может вызвать трудности при изучении курса физики.

Линия 6

В этой линии проверялось умение работать с информацией, представленной в табличной форме.

Пример 6. Процент выполнения – 83

Ниже приведено расписание уроков Саши на три дня.

	Четверг	Пятница	Суббота
1-й урок	Математика	Математика	Русский язык
2-й урок	Русский язык	Русский язык	Математика
3-й урок	Английский язык	Информатика и ИКТ	Природоведение
4-й урок	Физическая культура	Литература	Технология
5-й урок	История	Музыка	

Выберите верные утверждения.

- 1) В субботу уроков меньше всего.
- 2) В пятницу урок информатики и ИКТ стоит третьим уроком.
- 3) В четверг после урока физической культуры стоит урок истории.
- 4) Расписание каждого из этих трёх дней содержит урок английского языка.

В ответе укажите номера верных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ:

1	2	3
---	---	---

Типичные ошибки

Ответ	% участников
1	2,39
12	2,30
13	2,17

В целом можно отметить достаточно высокий процент выполнения заданий данной линии, что свидетельствует о хорошем владении обучающимися умением считать информацию, представленную в табличной форме.

Линия 7

В заданиях этой линии проверялось умение оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные утверждения.

Пример 7.1

Полностью верно выполнили это задание 15% участников, еще 70% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

Саша часто смотрит мультфильмы. Иногда к нему в гости приходит его друг Коля, и они обязательно смотрят какие-нибудь интересные мультфильмы.
Выберите утверждения, которые следуют из данной информации.

- 1) Если Саша смотрит мультфильмы, значит, к нему пришёл его друг Коля.
- 2) Если Коля не пришёл, Саша мультфильмы не смотрит.
- 3) Если Саша вчера не смотрел мультфильмы, значит, Коля к нему вчера не приходил.
- 4) Если в понедельник к Саше пришёл Коля, значит, они в этот день смотрели мультфильмы.

В ответе укажите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ:

3	4
---	---

Типичные ответы, оцениваемые 1 баллом (допущена одна ошибка)

Ответ	% участников
4	32,67
14	20,85
134	4,06
41	2,77
24	2,23
13	1,45
3	1,04

Типичные неверные ответы

Ответ	% участников
1	3,43
1234	1,60
12	1,29
124	1,19

Пример 7.2

Полностью верно выполнили это задание 12% участников, еще 61% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

Митя часто играет в шашки. Когда к нему приезжает старший брат, они вместе обязательно играют в шашки.

Выберите утверждения, которые следуют из данной информации.

- 1) Если старший брат вчера к Мите не приезжал, значит, Митя вчера не играл в шашки.
- 2) Если в среду Митя играл в шашки, то в эту среду к нему приезжал старший брат.
- 3) Если к Мите приехали бабушка и старший брат, то Митя будет играть в шашки.
- 4) Если Митя не играл вчера в шашки, то старший брат к нему вчера не приезжал.

В ответе укажите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ:

3	4
---	---

Типичные ответы, оцениваемые 1 баллом (допущена одна ошибка)

Ответ	% участников
23	17,75
3	13,71
24	5,09
14	4,13
234	4,10
13	3,74
134	3,53
32	2,53
4	2,17

Типичные неверные ответы

Ответ	% участников
2	5,09
1234	5,06
124	3,83
1	2,26
12	1,99
123	1,39

В обоих заданиях наибольшие трудности вызвали утверждения с отрицанием – именно с этим связаны ошибки значительной доли участников. Возможно, второе задание

оказалось более сложным за счет утверждения 3), в котором появляется дополнительный персонаж – бабушка.

Результаты выполнения данного задания показывают, что у обучающихся слабо развиты навыки проведения логических рассуждений. Вероятно, на уроках должно уделяться больше времени проведению стандартных логических рассуждений, поскольку они не только необходимы для изучения математики и других предметов, но и весьма часто бывают полезны в повседневной жизни.

Линия 8

В данной линии заданий проверялось умение сравнивать геометрические размеры, оценивать реальные размеры предметов.

Пример 8.1. Процент выполнения – 79

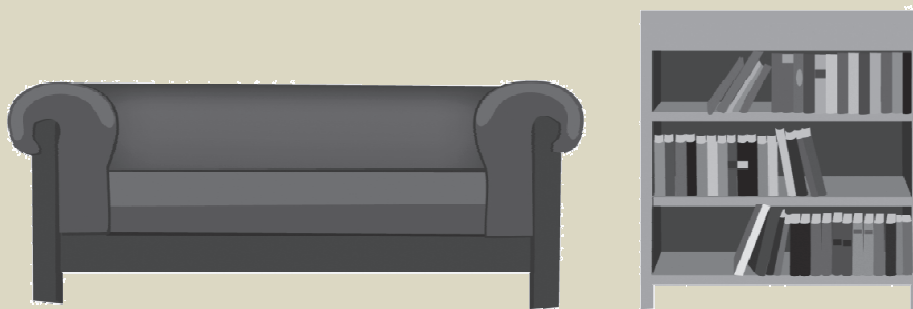
На рисунке представлены лежащие рядом клавиатура и карандаш. Длина карандаша, изображённого на рисунке, 20 см. Какова примерная длина клавиатуры?



Ответ: от 35 см до 45 см.

Пример 8.2. Процент выполнения – 42

На рисунке представлены стоящие рядом диван и шкаф. Высота шкафа, изображённого на рисунке, 110 см. Какова примерная высота дивана?



Ответ: от 70 см до 90 см.

В первом примере очевидно, что длина клавиатуры примерно в 2 раза больше, чем длина карандаша. Во втором примере оценить соотношение размеров дивана и шкафа сложнее. Многие обучающиеся указывали высоту дивана либо слишком близко к высоте шкафа, либо близко к половине высоты шкафа.

Можно констатировать у обучающихся недостаточную сформированность навыков сравнения и оценки размеров объектов окружающего мира, несмотря на их очевидную практическую полезность.

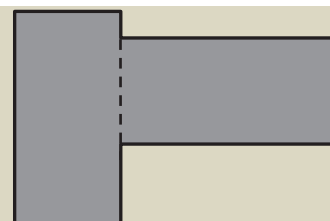
Линия 9

В заданиях данной линии проверялось умение применять начальные геометрические понятия для решения практической задачи.

Около 20% участников получили за это задание 1 балл (верное нахождение одной из требуемых величин) и еще около 5% – 2 балла (верное нахождение обеих требуемых величин).

Пример 9.1

Два одинаковых прямоугольных участка размером $40\text{ м} \times 20\text{ м}$ объединили и окружили забором, как показано на рисунке. Найдите площадь получившегося участка в квадратных метрах и длину окружающего его забора в метрах.



Ответ: 1600 м^2 , 200 м.

В данном задании для нахождения площади надо вычислить площади двух одинаковых прямоугольников и сложить их. С учетом того, что вычисление площади прямоугольника по его сторонам обычно не вызывает трудностей даже у обучающихся в начальной школе, можно предположить, что проблему вызвало именно понимание необходимости сложения площадей. Иначе трудно объяснить, почему 1 балл в этом задании набрали в среднем лишь 20% участников. Что касается периметра (длины забора), то здесь задача была сложнее, так как надо было увидеть, из чего состоит периметр полученного участка: либо из суммы периметров убрать ширину исходного участка, либо сконструировать новую фигуру с таким же периметром. И первый, и (особенно) второй пути не являются стандартными. Поэтому максимальный балл за это задание получили очень немногие.

Необходимо отметить, что цели изучения геометрии в школьном курсе математики не должны сводиться к освоению определенного спектра стандартных формул и приобретению умения применить эти формулы в стандартной ситуации. Важными с точки зрения практического применения результатов обучения являются навыки геометрического конструирования, умение видеть и использовать для выполнения задания все особенности фигуры. Результаты выполнения данного задания показывают низкий уровень сформированности этих навыков.

Линия 10

В заданиях этой линии проверялось умение представлять информацию с использованием схем.

В среднем около 85% участников получили за это задание 2 балла (верное решение) и еще около 9,5% – 1 балл (наличие одной-двух ошибок).

Пример 10.1

Группе болельщиков выдали билеты на стадион на следующие места.

Сектор А: ряд 2, место 4

Сектор В: ряд 4, место 2

Сектор В: ряд 4, место 4

Сектор С: ряд 2, место 2

Найдите на схеме места, указанные в билетах. Закрасьте соответствующие кружки.

	Сектор А	Сектор В	Сектор С																																																																																																												
6 ряд	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr></table>	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr></table>	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr></table>	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
5 ряд																																																																																																															
4 ряд																																																																																																															
3 ряд																																																																																																															
2 ряд																																																																																																															
1 ряд																																																																																																															
	1 2 3 4 5 6	1 2 3 4 5 6	1 2 3 4 5 6																																																																																																												

Ответ:

	Сектор А	Сектор В	Сектор С																																																																																																												
6 ряд	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr></table>	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>●</td><td>○</td><td>●</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr></table>	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr><tr><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr></table>	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	●	○	●	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
○	○	○	○	○	○																																																																																																										
5 ряд																																																																																																															
4 ряд																																																																																																															
3 ряд																																																																																																															
2 ряд																																																																																																															
1 ряд																																																																																																															
	1 2 3 4 5 6	1 2 3 4 5 6	1 2 3 4 5 6																																																																																																												

Можно отметить достаточно высокий процент выполнения данного задания, что говорит не только о хорошем развитии у обучающихся умения работать со схемами, но и о наличии основы для введения понятия координатной плоскости.

Линия 11

В заданиях данной линии проверялось умение решать практические задачи, в том числе анализировать ситуацию и выбирать оптимальный вариант.

Пример 11.1. Процент выполнения – 43

Билет в Исторический музей стоит 350 руб. для взрослого и 80 руб. для школьника, а пенсионеры могут посещать музей бесплатно. Есть ещё «семейный билет» на двух взрослых и двух детей, который стоит 800 руб. Какую минимальную сумму в рублях должна заплатить за посещение музея семья, включающая папу, маму, бабушку-пенсионерку и четверых детей-школьников?

Ответ: 960 рублей.

Пример 11.2. Процент выполнения – 28

Группа, состоящая из трёх учителей и 25 школьников, решила совершить экскурсионную поездку. Билет на экскурсионный автобус стоит 380 руб. для взрослого и 120 руб. для школьника. На группу из 10 школьников можно приобрести групповой билет за 900 руб. Какую минимальную сумму в рублях должна заплатить группа при организации экскурсионной поездки?

Ответ: 3540 рублей.

Во втором примере участников экскурсии больше, чем в первом (25 школьников и 3 учителя вместо семьи из 7 человек). Как следствие, приходится производить более громоздкие вычисления, например умножать 380 на 3, что приводит к большему количеству ошибок. Кроме того, во второй задаче, в отличие от первой, необходимо было догадаться, что групповой билет можно использовать дважды.

Невысокий процент выполнения обоих заданий говорит о том, что у обучающихся недостаточно развито умение решать практические задачи, требующие анализа ситуации и выбора оптимального варианта.

Линия 12

Заданиями этой линии проверялись навыки геометрического конструирования. В задании требовалось провести разбиение сложного многоугольника на треугольники.

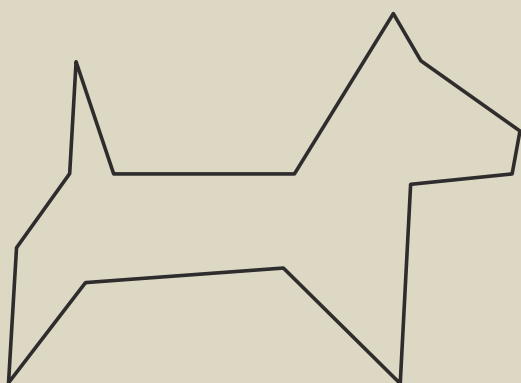
Полностью выполнить это задание смогли в среднем 26% обучающихся. Еще около 4,5% обучающихся провели разбиение, но треугольников в разбиении оказалось либо меньше, либо больше, чем требовалось.

Пример 12.1

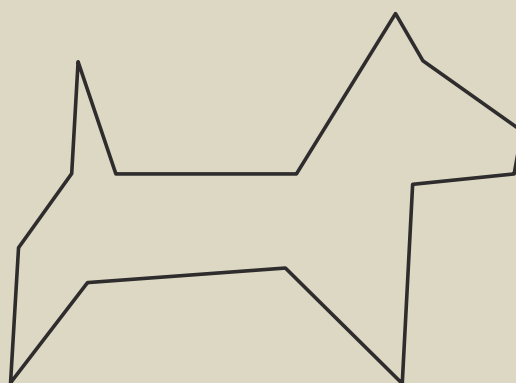
Игнат хочет сделать для младшей сестры пазл в виде собаки. Пазл должен складываться из разноцветных кусочков картона, причём каждый кусочек – в форме треугольника. Для изготовления пазла Игнат сделал выкройку, как показано ниже. Изобразите на рисунке линии, по которым Игнат может разрезать эту выкройку на кусочки в форме треугольников. Кусочков должно быть не менее 10 и не более 15.

Один из рисунков можно использовать как черновик.

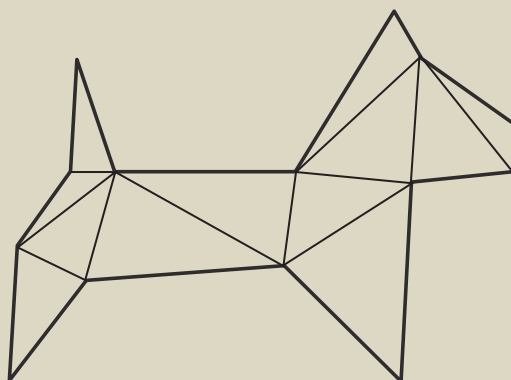
Черновик



Ответ



Пример правильного решения



Должно быть засчитано любое решение, удовлетворяющее условию задания.

Невысокий процент выполнения данного задания показывает, что у школьников 5 класса недостаточно развиты навыки геометрического конструирования, а также навыки самоконтроля.

5 класс. Анализ результатов выполнения работы группами участников с разным уровнем подготовки

Ниже представлена таблица перевода первичных баллов в отметки по пятибалльной шкале, а также доля участников, находящихся на каждом из уровней подготовки (уровни определяются в соответствии с полученной отметкой (таблица 1)). Максимальное количество баллов, которое можно было получить за работу, – 17.

Таблица 1

Таблица перевода баллов в отметки по пятибалльной шкале и результаты участников

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные баллы	0–4	5–9	10–14	15–17
Процент участников, получивших отметку	12,4%	44,6%	39,2%	3,8%

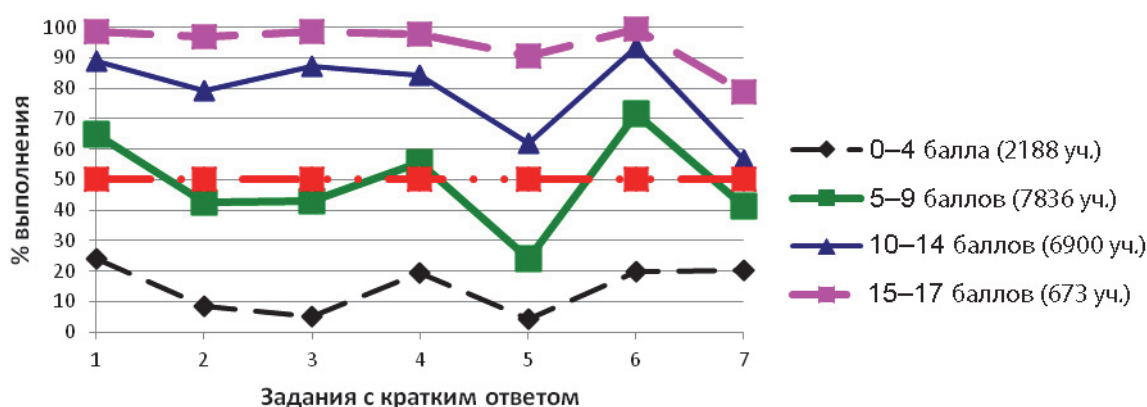


Рисунок 1. Процент выполнения заданий¹ с кратким ответом группами участников с различным уровнем подготовки²

¹ Здесь и далее процент выполнения заданий, оцениваемых 2 баллами, вычисляется как отношение суммы баллов, набранных всеми участниками за задания данной линии, к произведению числа участников на максимальный балл за задание данной линии.

² Здесь и далее на диаграммах для удобства проведена линия, соответствующая 50%.

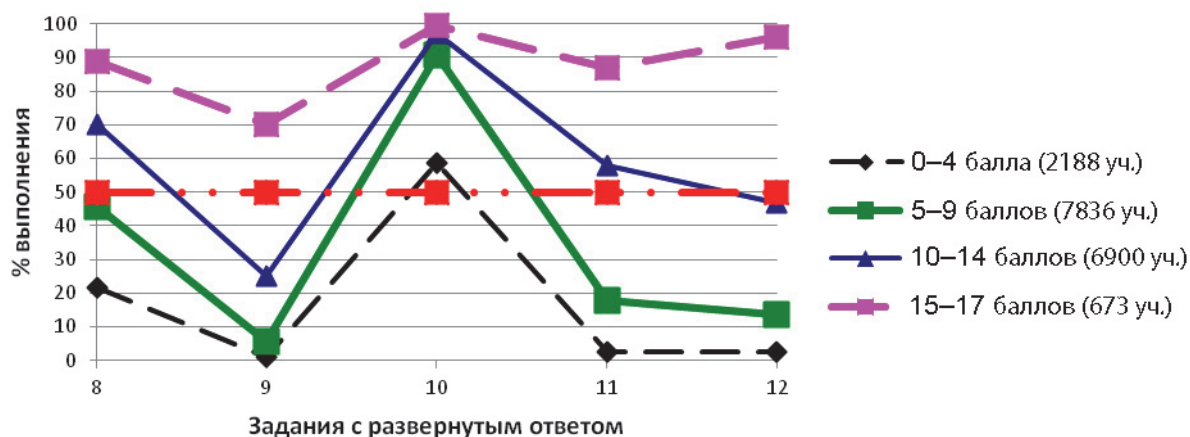


Рисунок 2. Процент выполнения заданий с развернутым ответом группами участников с различным уровнем подготовки

Данные, представленные на рисунках 1 и 2, показывают хорошую дифференцирующую способность заданий диагностической работы. Также налицо системные тенденции в освоении различных вопросов программы по математике обучающимися 5 классов. Эти тенденции можно представить в виде таблицы «проблемных зон» (таблица 2).

Таблица 2

Задания, вызвавшие затруднения у разных групп участников

№ задания	Что проверяется в задании	Группы участников, получивших отметки			
		«2»	«3»	«4»	«5»
1	Умение выполнять арифметические действия, в том числе с числами, кратными 10, 100 или 1000	✓			
2	Умение выполнять арифметические действия, соблюдая при этом определенный правилами арифметики порядок действий	✓	✓		
3	Умение составлять арифметические выражения на основе их текстового описания и вычислять значение этих выражений	✓	✓		
4	Владение основными понятиями, связанными с натуральными числами	✓	✓		
5	Умение сравнивать величины, записанные в разных единицах измерения	✓	✓		
6	Умение работать с информацией, представленной в табличной форме	✓			
7	Умение оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения	✓	✓	✓	✓
8	Умение сравнивать геометрические размеры, оценивать реальные размеры предметов	✓	✓		
9	Умение применить начальные геометрические понятия для решения практической задачи	✓	✓	✓	✓

10	Умение представлять информацию с использованием схем				
11	Умение решать практические задачи, в том числе анализировать ситуацию и выбирать оптимальный вариант	✓	✓	✓	
12	Навыки геометрического конструирования	✓	✓	✓	

Можно констатировать наличие нескольких групп обучающихся с различным уровнем математической подготовки. Анализ различий позволяет сформулировать отдельные рекомендации по работе с обучающимися в зависимости от имеющегося у них уровня математической подготовки.

5 класс. Выводы и рекомендации по результатам выполнения работы

1. Следует отметить хорошее развитие у обучающихся умений считывать информацию, представленную в табличной форме, работать с информацией, представленной в виде схемы.
2. Результаты исследования показали наличие ряда проблем в математической подготовке обучающихся, в том числе:
 - низкий уровень сформированности навыков самоконтроля, включая навыки внимательного прочтения текста задания, сопоставления выполняемых действий с условием задания, предварительной оценки правильности полученного ответа и его проверки;
 - невысокий уровень владения понятийным аппаратом; слабая сформированность понятий, связанных с натуральными числами: «делимость чисел», «деление с остатком», «разрядная запись числа»;
 - недостаточный уровень развития навыков выполнения элементарных арифметических действий, в том числе соблюдения порядка арифметических действий;
 - слабое развитие навыков проведения логических рассуждений;
 - недостаточное развитие у обучающихся важных с точки зрения дальнейшего обучения, а также использования в повседневной жизни умений сравнивать и оценивать размеры объектов окружающего мира, работать с размерными величинами, решать практические задачи, требующие анализа ситуации и сравнения различных вариантов;
 - крайне низкий уровень сформированности навыков геометрического конструирования, умения анализировать чертеж, видеть и использовать для выполнения задания все особенности фигуры. Необходимо отметить, что перечисленные навыки весьма важны для формирования пространственных представлений. Именно поэтому цели изучения геометрии в школьном курсе математики не должны сводиться к освоению определенного спектра стандартных формул и приобретению умения применить эти формулы в стандартных учебных ситуациях.

3. Результаты выполнения диагностической работы позволяют выявить проблемные зоны, характерные для групп с различным уровнем математической подготовки. С учетом полученных результатов могут быть даны следующие рекомендации по работе с группами обучающихся 5 классов:
- при работе с обучающимися, имеющими высокий уровень математической подготовки, целесообразно больше внимания уделять выполнению заданий, требующих логических рассуждений, обоснований, доказательств и т.п., а также заданий по геометрии, в которых необходимо детально анализировать чертеж, выявлять его особенности, проводить дополнительные построения;
 - при работе с обучающимися, имеющими уровень математической подготовки выше среднего, рекомендуется обратить внимание на выполнение практикоориентированных заданий, связанных со свойствами объектов и процессов окружающего мира, с реальными бытовыми ситуациями, а также на развитие логического мышления;
 - при работе с обучающимися, имеющими средний уровень подготовки, представляется важным уделять больше внимания контролю усвоения ключевых математических понятий, отработке навыков выполнения стандартных учебных заданий, в том числе навыков счета, решения простейших текстовых задач и т.п.;
 - при работе с обучающимися, имеющими низкий уровень подготовки, рекомендуется в первую очередь обратить внимание на отработку базовых навыков счета, чтения и понимания учебного математического текста, работу с информацией, представленной в различных формах, а также на усвоение ключевых математических понятий.

Анализ выполнения диагностической работы в 6 классе

6 класс. Анализ выполнения заданий диагностической работы

В диагностической работе для 6 класса было предусмотрено два тематических плана вариантов (в зависимости от реализуемых образовательными организациями учебных программ): с заданиями на работу с десятичными дробями и с заданиями на работу с обыкновенными дробями. Поэтому для линий заданий, в которых содержание различается, далее представлены примеры легких и трудных заданий в линии каждого плана.

Линия 1 — с десятичными дробями

В данной линии заданий проверялось владение на элементарном уровне понятием десятичной дроби.

Пример 1.1. Процент выполнения – 83

Запишите цифрами десятичную дробь: «сорок целых семьсот четыре тысячных».

Ответ: 40,704.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
40,0704	3,67
40,074	1,08

Пример 1.2. Процент выполнения – 76

Запишите цифрами десятичную дробь: «девять целых семьдесят пять тысячных».

Ответ: 9,075.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
9,75	3,81
9,0075	2,91
9,750	1,91
9,705	1,17
10,075	1,06
9,75000	1,01

Одна из типичных ошибок при выполнении заданий этой линии – потеря нулей в записи десятичной дроби, в том числе после запятой, или, наоборот, добавление лишних нулей. И только невнимательностью можно объяснить появление среди ошибочных ответов числа 10,075.

Линия 1 — с обыкновенными дробями

В данной линии заданий проверялось владение на элементарном уровне понятиями обыкновенной дроби и смешанного числа.

Пример 1.3. Процент выполнения – 75

Какое число надо вписать в окошко, чтобы равенство стало верным?

$$3\frac{3}{8} = \frac{\square}{8}$$

Ответ: 27.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
24	2,58
6	2,21
9	2,21
3	1,48

Пример 1.4. Процент выполнения – 67

Какое число надо вписать в окошко, чтобы равенство стало верным?

$$7\frac{5}{6} = \frac{\square}{6}$$

Ответ: 47.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
35	2,30
40	2,30
42	2,30
5	1,97
2	1,31

В примере 1.4 числа чуть больше, чем в примере 1.3, поэтому процент ошибок выше. В частности, если неверные ответы «24» к первому примеру и «42» ко второму вызваны тем, что участники просто умножили целую часть на знаменатель, а неверные ответы «9» и «35» соответственно – умножением целой части на числитель, то во втором примере есть еще, например, вариант ответа «40», который, вероятно, получен из-за неверного умножения 7 на 6 (35 вместо 42).

В целом участники исследования в 6 классе успешно выполнили задания данной линии. Однако анализ типичных ошибок обучающихся при выполнении этих заданий свидетельствуют как о недостаточной сформированности элементарных приемов действий с дробями, так и о проблемах в овладении обучающимися элементарными навыками счета. Кроме того, значительный процент ошибок делается в силу невнимательности.

Линия 2 — с десятичными дробями

В данной линии заданий проверялось владение понятием десятичной дроби.

Пример 2.1. Процент выполнения – 26

Выберите верные утверждения.

- 1) При делении десятичной дроби на 100 запятая переносится влево на два знака.
- 2) При умножении десятичной дроби на 1000 запятая переносится влево на три знака.
- 3) При делении целого числа на десятичную дробь может получиться целое число.
- 4) При делении десятичной дроби на другую десятичную дробь не может получиться целое число.

В ответе укажите номера верных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ:

1	3
---	---

Типичные ошибки

Ответ	% участников
14	12,56
1	9,55
12	7,90
23	5,41
3	4,37
2	3,95
24	3,81
134	3,76
4	3,25
123	3,20
124	2,92
34	2,45
234	1,22

Пример 2.2. Процент выполнения – 15

Выберите верные утверждения.

- 1) При делении десятичной дроби на целое число не может получиться целое число.
- 2) При умножении десятичной дроби на 100 запятая переносится вправо на два знака.
- 3) При вычитании двух десятичных дробей не может получиться целое число.
- 4) При делении десятичной дроби на 1000 запятая переносится влево на три знака.

В ответе укажите номера верных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ:

1	2	4
---	---	---

Типичные ошибки

Ответ	% участников
24	33,88
2	6,53
4	4,02
1	3,76
14	3,76
23	3,63
234	3,59
12	3,03
2,4	2,64
13	2,51
34	1,95
3	1,82
123	1,30
1234	1,21
134	1,21
42	1,08

В каждом из примеров ряд утверждений связан с правилами переноса запятой при умножении или делении десятичной дроби на степени числа 10. Анализ этих утверждений произвели верно большинство участников исследования в 6 классах. Так, верное утверждение 1) в первом примере выбрали в общей сложности около 66%, а верное утверждение 2) во втором примере – около 68% участников.

Однако в заданиях этой линии использовались более сложные утверждения, для проверки которых требовалось либо привести пример/контрпример, либо провести дополнительные рассуждения. Приведение примера/контрпримера оказалось проще, чем проведение дополнительных рассуждений. Так, верное утверждение 3) в первом примере выбрали более 46%, а верное утверждение 1) во втором примере – лишь 28% участников исследования.

Следует отметить, что в первом примере почти 30% участников указали в качестве правильного неверное утверждение 2) («при умножении десятичной дроби на 1000 запятая переносится влево на три знака»), что говорит о недостаточном владении понятием десятичной дроби либо о невнимательности, в результате которой условие не было дочитано до конца.

Линия 2 — с обыкновенными дробями

В данной линии заданий проверялось владение понятиями обыкновенной дроби и смешанного числа.

Пример 2.3. Процент выполнения – 58

Расположите числа в порядке убывания.

1) $\frac{5}{6}$

2) $2\frac{1}{7}$

3) $\frac{7}{6}$

4) $\frac{11}{7}$

В ответе запишите их номера в нужном порядке без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ:

2	4	3	1
---	---	---	---

Типичные ошибки

Ответ	% участников
1342	10,1
4312	4,65
4231	3,29
2134	2,50
2341	1,70
2143	1,14
2413	1,14
4132	1,14
4321	1,14

Пример 2.4. Процент выполнения – 30

Расположите числа в порядке возрастания.

- 1) $\frac{9}{7}$ 2) $1\frac{1}{9}$ 3) $\frac{6}{9}$ 4) $\frac{5}{7}$

В ответе запишите их номера в нужном порядке без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ:

3	4	2	1
---	---	---	---

Типичные ошибки

Ответ	% участников
4312	13,27
4132	11,95
3412	6,80
2134	4,06
1243	3,84
4321	3,84
2341	3,51
2431	3,40
2314	2,30
2143	1,97
1342	1,43
1432	1,21

В примере 2.3 одно число больше двух, одно меньше единицы, два оставшихся расположены между единицей и двумя, так что упорядочить их было более простой задачей. С ней справились в общей сложности 68% участников, из которых около 10% дали ответ в обратном порядке (т.е. в порядке убывания, когда в задании требовалось в порядке возрастания).

В примере 2.4 трудность состояла в том, чтобы правильно сравнить первые два числа (оба чуть больше единицы, знаменатели разные) и следующие два числа (оба чуть меньше единицы, знаменатели разные). С этим справились гораздо меньше участников: 30% выполнили задание полностью, еще почти 4% правильно упорядочили числа, но расположили их в обратном порядке. При этом более 60% участников сначала указали два числа, меньшие единицы, а затем – два числа, большие единицы (например, ответы 4312, 3412, 1243, 2134 и т.п.), что может говорить о наличии важного навыка сравнения дробей с целыми числами.

Можно отметить также, что во втором примере вариант ответа 4132, данный почти 12% участников, свидетельствует о весьма низком уровне владения ими понятием обыкновенной дроби, поскольку в указанной последовательности между двумя числами меньше единицы поставлено число больше единицы.

Результаты выполнения заданий данной линии свидетельствуют о недостаточной сформированности у обучающихся понятий «десятичная дробь» и «обыкновенная дробь». Если элементарные стандартные действия правильно выполняются более чем 60% участников, то немногим более сложные действия выполняет уже существенно меньшая доля участников исследования.

Линия 3 — с десятичными дробями

В данной линии заданий проверялось умение выполнять арифметические действия с десятичными дробями.

Пример 3.1. Процент выполнения – 68

Вычислите: $8,99 - 1,2 \cdot 5,4$.

Ответ: 2,51.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
42,066	2,38
6,48	1,60
251	1,30
3,19	1,30
3,51	1,21

Пример 3.2. Процент выполнения – 47

Вычислите: $7,19 - 0,88 : 1,6$.

Ответ: 6,64.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
1,69	6,82
6,685	3,29
2,14	1,41
0,55	1,36
7,135	1,22
6,69	1,13

Традиционно деление дается обучающимся труднее умножения, с этим прежде всего и связан больший процент ошибок во втором примере. Помимо этого, деление во втором примере производится для чисел с разным количеством знаков после запятой, что также вызвало некоторые сложности.

В первом примере типичные ошибки вызваны несоблюдением порядка выполнения действий (первая строка таблицы неправильных ответов) и выполнением только одного действия вместо двух (там же, вторая строка).

Во втором примере наиболее частая ошибка (первая строка таблицы неправильных ответов) возникала, если при делении 0,88 на 1,6 получить 5,5 вместо 0,55, а следующая за ней (там же, вторая строка) – если при той же операции деления получить 0,505; третья – если результат этого же деления был 5,05; пятая – если этот результат был равен 0,055, а шестая – если 0,5. Таким образом, почти 14% участников не смогли правильно поделить 0,88 на 1,6. Четвертая типичная ошибка соответствует выполнению только одного действия вместо двух.

Наличие большого разброса в процентах выполнения рассматриваемых заданий говорит о недостаточной сформированности у обучающихся 6 классов навыков выполнения вычислений с десятичными дробями.

Линия 3 — с обыкновенными дробями

В данной линии заданий проверялось умение выполнять арифметические действия с обыкновенными дробями и смешанными числами.

Пример 3.3. Процент выполнения – 71

Вычислите: $\frac{5}{12} - \frac{1}{4} + \frac{5}{6}$.

Ответ: 1.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
12	1,53
9,14	1,42
2	1,18
9	1,06

Пример 3.4. Процент выполнения – 52

Вычислите: $1\frac{4}{9} - \frac{3}{27} + 1\frac{2}{3}$.

Ответ: 3.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
2	7,72
1	5,90
4	1,02

В примере 3.3 наиболее частая ошибка (но все же встретившаяся лишь в небольшом количестве работ) – запись в ответ числителя полученной дроби.

В примере 3.4 основные ошибки были допущены при подсчете целого числа в ответе (1, 2 и 4 вместо 3).

Участники исследования показали неплохое владение навыками выполнения простых арифметических действий с обыкновенными дробями. В то же время можно констатировать недостаточную сформированность навыков выполнения действий со смешанными числами.

Линия 4

В заданиях этой линии проверялось умение оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные утверждения.

Задания этой линии совпадают с заданиями линии 7 в работе для 5 класса.

Пример 4.1

Полностью верно выполнили это задание 14% участников, еще 72% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку). В 5 классе соответствующие показатели были равны 15% и 70%, т.е. практически такие же.

Маша часто смотрит мультфильмы. Иногда к ней приходит её подруга Света, и они вместе обязательно смотрят какие-нибудь интересные мультфильмы.

Выберите утверждения, которые следуют из данной информации.

- 1) Если Маша смотрит мультфильмы, значит, к ней пришла её подруга Света.
- 2) Если Света не пришла, то Маша мультфильмы не смотрит.
- 3) Если Маша вчера не смотрела мультфильмы, значит, Света к ней вчера не приходила.
- 4) Если в понедельник к Маше приходила Света, значит, они в этот день смотрели мультфильмы.

В ответе укажите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ:

3	4
---	---

Результаты свидетельствуют не только о весьма низком уровне сформированности умения рассуждать логически, но и об отсутствии какой-либо динамики в развитии этого умения от 5 к 6 классу. Вероятно, на уроках в школе слишком мало внимания уделяется рассуждениям, доказательствам, обоснованиям и т.п.

Линия 5 — с десятичными дробями

В заданиях этой линии проверялось умение решать простейшее уравнение, выполняя при этом арифметические действия с десятичными дробями.

Пример 5.1. Процент выполнения – 71

Решите уравнение $x : 2,5 = 1,8$.

Ответ: 4,5.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
45	4,93
450	2,03
45,0	1,67

Пример 5.2. Процент выполнения – 37

Решите уравнение $2,1 : x = 0,15$.

Ответ: 14.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
0,315	12,29
1,4	11,94
0,14	3,59
3,15	3,20
0,15	1,04
2,15	1,04

В первом примере ошибки связаны преимущественно с неверным умножением дробей.

Во втором примере наиболее частая ошибка, а также четвертая в таблице типичных ошибок (в сумме около 15% участников) связаны с неверным нахождением неизвестного компонента действия: вместо деления выполнялось умножение. Вторая и третья по частоте ошибки (также около 15% участников) возникали вследствие неверно выполненного деления, которое усложнялось еще и разным количеством знаков после запятой у делимого и делителя.

Линия 5 — с обыкновенными дробями

В заданиях этой линии проверялось умение решать простейшее уравнение, выполняя при этом арифметические действия с обыкновенными дробями и смешанными числами.

Пример 5.3. Процент выполнения – 48

Решите уравнение $1\frac{1}{8} \cdot x = 36$.

Ответ: 32.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
4	8,50
36	3,92
2	1,63

Наибольший процент ошибок связан с тем, что участники «теряли» знаменатель дроби либо на этапе перевода смешанного числа в неправильную дробь, либо на этапе деления на эту дробь.

Можно констатировать недостаточное владение навыками решения простейшего уравнения. Причем нахождение неизвестного делителя выполняется существенно хуже, чем нахождение неизвестного делимого или неизвестного множителя. Кроме того, необходимо в очередной раз отметить недостаточную сформированность у обучающихся элементарных вычислительных навыков, а также неумение оценить ответ на адекватность: простая прикидка результата помогла бы избежать ошибок в 100 раз в первом примере.

Линия 6

В заданиях этой линии проверялось умение работать с информацией, представленной в табличной форме.

Пример 6.1. Процент выполнения – 55

Даша приехала в аэропорт в 11:30, чтобы встретить ближайший самолёт из Санкт-Петербурга. Пользуясь таблицей, определите, сколько минут ей осталось ждать прилёта этого самолёта.

Город отправления	Время отправления	Время прилёта	№ выхода
Воркута	09:00	11:45	8
Сочи (Адлер)	09:25	11:40	7
Санкт-Петербург	10:15	11:55	14
Новосибирск	10:45	14:30	2
Краснодар	10:50	12:45	9
Новосибирск	11:15	15:45	11
Самара	11:55	13:40	4

Санкт-Петербург	12:10	14:35	6
Краснодар	12:40	14:50	3

Ответ: 25.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
40	8,14
185	3,25
15	2,87
14	2,26
80	1,98
10	1,65
1155	1,27
6	1,22
305	1,08

Пример 6.2. Процент выполнения – 39

Алёна приехала в аэропорт в 11:50, чтобы встретить ближайший самолёт из Краснодара. Пользуясь таблицей, определите, сколько минут ей осталось ждать прилёта этого самолёта.

Город отправления	Время отправления	Время прилёта	№ выхода
Воркута	09:00	11:45	8
Сочи (Адлер)	09:25	11:40	7
Санкт-Петербург	10:15	11:55	14
Новосибирск	10:45	14:30	2
Краснодар	10:50	12:45	9
Новосибирск	11:15	15:45	11
Самара	11:55	13:40	4
Санкт-Петербург	12:10	14:35	6
Краснодар	12:40	14:50	3

Ответ: 55.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
95	9,04
50	6,78
5	4,20
180	2,80
3	2,35
9	2,12
90	2,03
65	1,63
135	1,22
75	1,13

В первом примере наиболее частая ошибка вызвана тем, что данные брались не из столбца «Время прилёта», а из столбца «Время отправления». Вторая по частоте ошибка – выбор времени прилёта не ближайшего, а следующего за ним рейса. Третья строка в таблице неправильных ответов, вероятно, соответствует арифметической ошибке при вычислении времени ожидания, а четвертая и восьмая строки – тем, что участники указывали не время ожидания, а номер выхода.

Во втором примере наиболее частая ошибка, по-видимому, связана с неверным вычислением разницы во времени при переходе через час: интервал между 11:50 и 12:45, вероятно, был посчитан как сумма 50 + 45. Вторая по частоте – ошибка в выборе столбца: «Время отправления» вместо «Времени прилёта». Четвертая по частоте ошибка – выбор времени прилёта не ближайшего, а следующего за ним рейса, а пятая и шестая – указание в ответе номера выхода вместо времени ожидания.

Результаты свидетельствуют не столько о недостаточно сформированных навыках работы с табличной информацией, сколько о недостаточном самоконтроле участников, поскольку большинство ошибочных ответов связано с неточной или неверной интерпретацией условия либо с ошибками в вычислениях.

Линия 7

В заданиях этой линии проверялось умение оценить реальные значения величин: расстояния, размеры, вес объектов окружающего мира и т.п.

Пример 7.1

Полностью верно выполнили данное задание 85% участников, 7% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

Установите соответствие между величинами и их возможными реальными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ РЕАЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) толщина волоса	1) 40 000 км
Б) рост новорождённого ребёнка	2) 50 см
В) длина футбольного поля	3) 0,1 мм
Г) длина экватора Земли	4) 90 м

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного реального значения. Запишите в бланк ответов получившуюся последовательность цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

	А	Б	В	Г
Ответ:	3	2	4	1

Типичные ответы на 1 балл (допущена одна ошибка)

Ответ	% участников
3214	3,94
2341	1,49

Пример 7.2

Полностью верно выполнили данное задание 60% участников, 30% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

Установите соответствие между величинами и их возможными реальными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ РЕАЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) высота горы Эверест	1) 3530 км
Б) длина реки Волги	2) 0,1 мм
В) толщина волоса	3) 20 мм
Г) диаметр рублёвой монеты	4) 8848 м

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного реального значения. Запишите в бланк ответов получившуюся последовательность цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

	А	Б	В	Г
Ответ:	4	1	2	3

Типичные ответы на 1 балл (допущена одна ошибка)

Ответ	% участников
1423	24,6
4132	4,21

В первом примере около 4% участников перепутали длину экватора с длиной футбольного поля. Во втором примере гораздо больший процент участников неверно определили высоту горы Эверест и протяженность Волги.

Можно отметить довольно высокие результаты выполнения данного задания. Ошибки, по-видимому, связаны с недостаточным развитием кругозора, представлений об объектах окружающего мира, а также с невнимательностью (возможно, участники путали км и м).

Линия 8

В заданиях этой линии проверялось владение понятием делимости натуральных чисел. Необходимо было привести пример числа, обладающего заданными свойствами делимости.

Пример 8.1. Процент выполнения – 54

Приведите пример трёхзначного числа, которое делится на 9, а при делении на 2 даёт остаток 1.

Ответ: например, 117.

Пример 8.2. Процент выполнения – 23

Приведите пример трёхзначного числа, которое делится на 9, а при делении на 100 даёт остаток 2.

Ответ: например, 702.

Для выполнения данного задания не обязательно было применять признак делимости на 9, требуемое число можно было найти подбором. В первом примере было проще подобрать ответ, так как существует много трёхзначных нечетных чисел, делящихся на 9. Во втором примере подбор был сложнее, поскольку необходимо было определить, какие числа дают при делении на 100 остаток 2.

Результаты выполнения заданий этой линии свидетельствуют о низком уровне сформированности представлений о числе, навыков работы с числами, перебора вариантов, проверки заданных условий.

Линия 9 — с десятичными дробями

В заданиях этой линии проверялось умение выполнять арифметические действия с десятичными дробями, соблюдая при этом определенный правилами арифметики порядок действий.

Пример 9.1. Процент выполнения – 51

Вычислите: $0,008 \cdot 0,1 : 0,05$.

Ответ: 0,016.

Линия 9 — с обыкновенными дробями

В заданиях этой линии проверялось умение выполнять арифметические действия с обыкновенными дробями и смешанными числами, соблюдая при этом определенный правилами арифметики порядок действий.

Пример 9.2. Процент выполнения – 34

Вычислите: $5\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{17} : \frac{2}{3}$.

Ответ: $9\frac{1}{2}$.

При выполнении заданий этой линии сложность могли составить и соблюдение определенного порядка действий, и выполнение деления на десятичную дробь или действий со смешанными числами.

Результаты свидетельствуют о недостаточной сформированности навыков выполнения арифметических действий с десятичными дробями и смешанными числами. Тем не менее при внешней схожести заданий действия с десятичными дробями выполнялись существенно более успешно. Можно предположить, что это вызвано большей алгоритмической сложностью действий со смешанными числами.

Линия 10 — с десятичными дробями

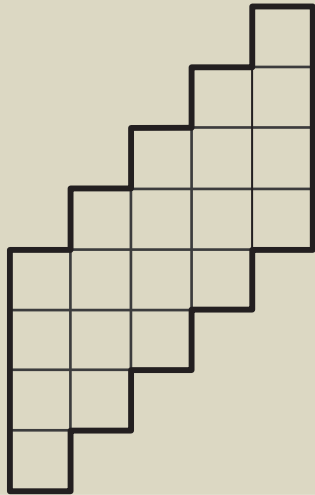
В заданиях этой линии проверялось умение переводить информацию из текстового представления в графическое с использованием понятия десятичной дроби.

Пример 10.1. Процент выполнения – 39

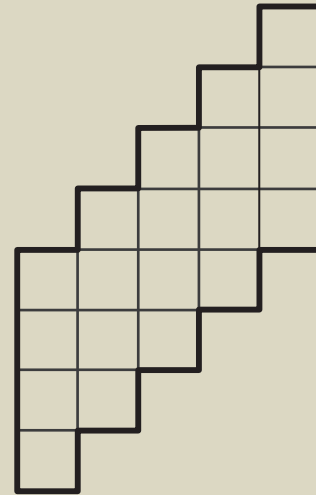
Мастер укладывает плитку на пол, и ему осталось уложить участок, показанный на рисунке (каждая плитка размером с одну клетку). Тёмные плитки должны закрывать шесть десятых данного участка. Приведите пример укладки тёмных плиток: закрасьте соответствующие клетки.

Закрашивать клетки нужно только целиком.

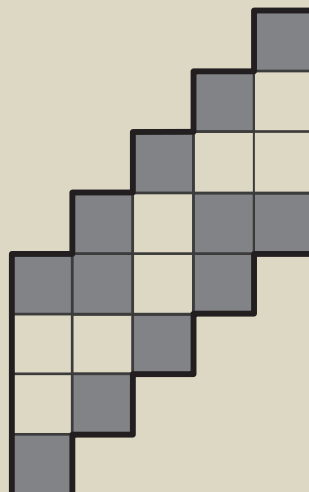
Черновик



Ответ



Пример правильного решения



Должно быть засчитано любое решение, удовлетворяющее условию задания.

Линия 10 — с обыкновенными дробями

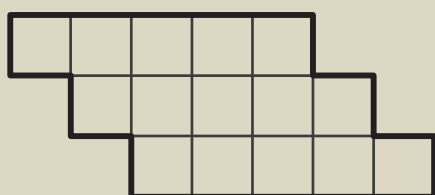
В заданиях этой линии проверялось умение переводить информацию из текстового представления в графическое с использованием понятия обыкновенной дроби.

Пример 10.2. Процент выполнения – 58

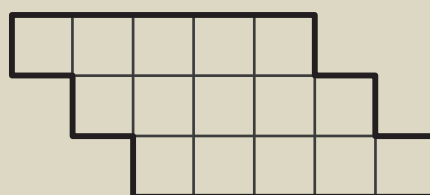
Мастер укладывает плитку на пол, и ему осталось уложить участок, показанный на рисунке (каждая плитка размером с одну клетку). Тёмные плитки должны закрывать две пятых данного участка. Приведите пример укладки тёмных плиток: закрасьте соответствующие клетки.

Закрашивать клетки нужно только целиком.

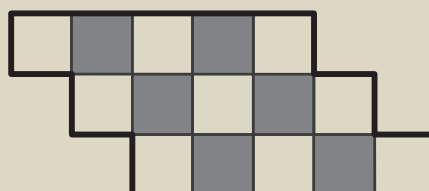
Черновик



Ответ



Пример правильного решения



Должно быть засчитано любое решение, удовлетворяющее условию задания.

Задания на десятичные дроби в этой линии имеют в среднем существенно более низкий процент выполнения по сравнению с заданиями на обыкновенные дроби.

Вероятно, полученные результаты можно объяснить тем, что доли от целого (треть, четверть, две трети) воспринимаются обучающимися более естественно, чем представление части в виде десятичной дроби.

Линия 11 — с десятичными дробями

В заданиях этой линии проверялось умение решать текстовые задачи практического характера.

Пример 11.1. Процент выполнения – 62

Билет на аттракцион стоит для взрослого 1200 руб., для школьника – половину стоимости взрослого билета, а для дошкольника – четверть стоимости взрослого билета. Сколько рублей заплатит за билеты семья, включающая двух родителей, одного школьника и одного пятилетнего малыша?

Ответ: 3300 рублей.

Линия 11 — с обыкновенными дробями

В заданиях этой линии проверялось умение решать текстовые задачи практического характера.

Пример 11.2. Процент выполнения – 35

Автомобильная эстафета проходила через четыре города. Расстояние между первым и вторым городом 900 км; расстояние между вторым и третьим составило одну треть расстояния между первым и вторым, а расстояние между третьим и четвёртым – две трети расстояния между первым и вторым городами. Найдите протяжённость эстафеты.

Ответ: 1800 км.

Процент выполнения заданий с обыкновенными дробями в этой линии в среднем существенно ниже процента выполнения заданий с десятичными дробями. Задания имеют схожие условия. Разница состоит в том, что в заданиях с десятичными дробями для обозначения количественных соотношений использовались часто встречающиеся на практике понятия «половина» и «четверть», а в заданиях с обыкновенными дробями некоторые количественные соотношения задавались обыкновенными дробями: одна треть, две трети, одна четверть, т.е. надо не только разделить число на части, но и взять в некоторых случаях несколько частей.

Результаты свидетельствуют о весьма низком уровне сформированности навыка вычисления части числа, заданной с помощью обыкновенной дроби. Понятия «половина» и «четверть», освоенные ещё в начальной школе, вызвали существенно меньшие сложности.

Линия 12

Заданиями этой линии проверялись навыки геометрического конструирования. В задании требовалось провести разбиение сложного многоугольника на треугольники.

Полностью выполнить это задание смогли в среднем 39% обучающихся. Еще около 4,5% обучающихся провели разбиение, но треугольников в разбиении оказалось либо меньше, либо больше, чем требовалось.

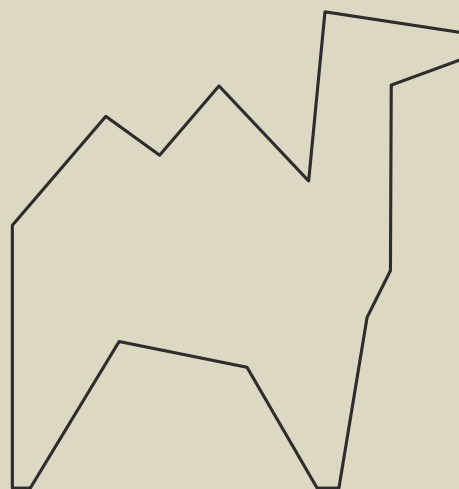
Пример 12.1

Максим хочет сделать для младшего брата пазл в виде верблюда. Пазл должен складываться из разноцветных кусочков картона, причём каждый кусочек – в форме треугольника. Для изготовления пазла Максим сделал выкройку, как показано ниже. Изобразите на рисунке линии, по которым Максим может разрезать эту выкройку на кусочки в форме треугольников. Кусочков должно быть не менее 15 и не более 20.

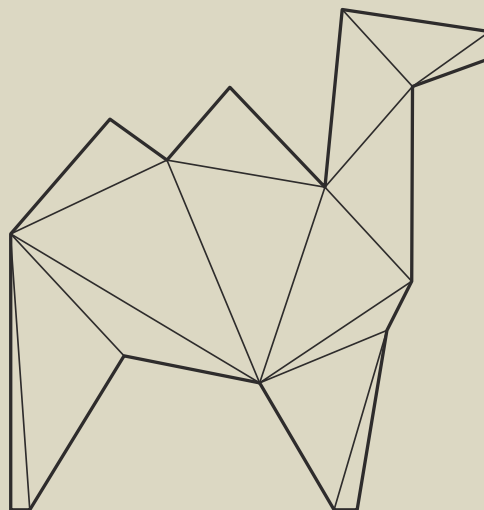
Черновик



Ответ



Пример правильного решения



Должно быть засчитано любое решение, удовлетворяющее условию задания.

Невысокий процент выполнения данного задания показывает, что у школьников 6 класса недостаточно развиты навыки геометрического конструирования, а также навыки самоконтроля.

6 класс. Анализ результатов выполнения работы группами участников с разным уровнем подготовки

Ниже представлены таблица перевода первичных баллов в отметки по пятибалльной шкале, а также процент участников, находящихся на каждом из уровней подготовки (таблица 3). Максимальное количество баллов, которое можно было получить за работу, – 15.

Таблица 3

Таблица перевода баллов в отметки по пятибалльной шкале и результаты участников

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные баллы	0–4	5–8	9–12	13–15
Процент участников	16,8%	39%	36,3%	7,9%

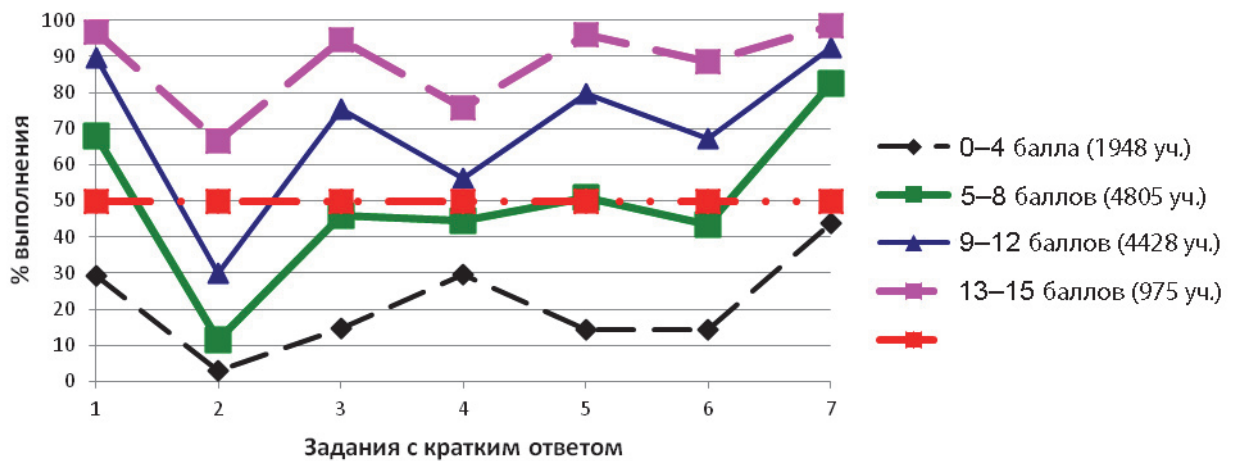


Рисунок 3.1. Процент выполнения заданий с кратким ответом группами участников с различным уровнем подготовки (работа с десятичными дробями)

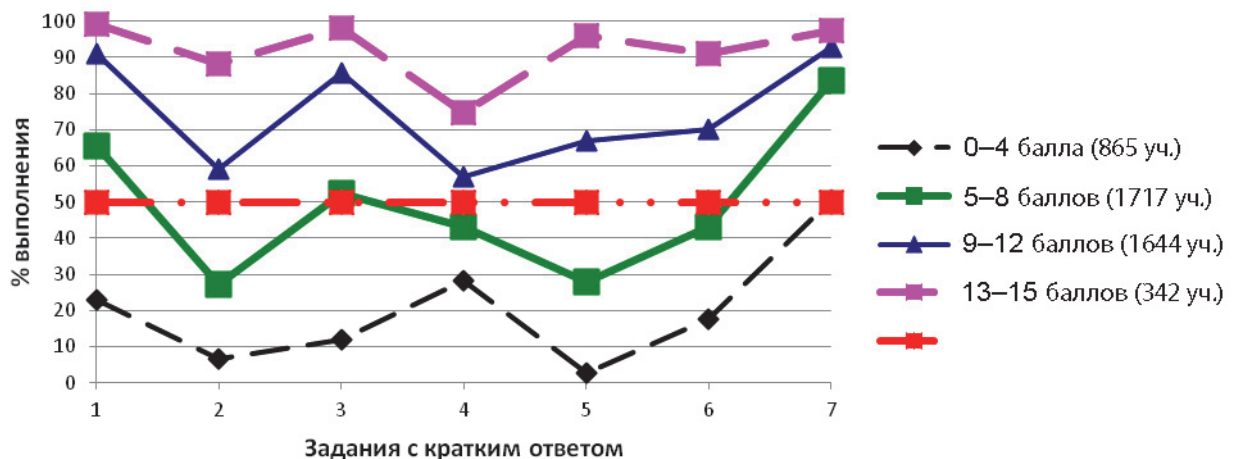


Рисунок 3.2. Процент выполнения заданий с кратким ответом группами участников с различным уровнем подготовки (работа с обыкновенными дробями)

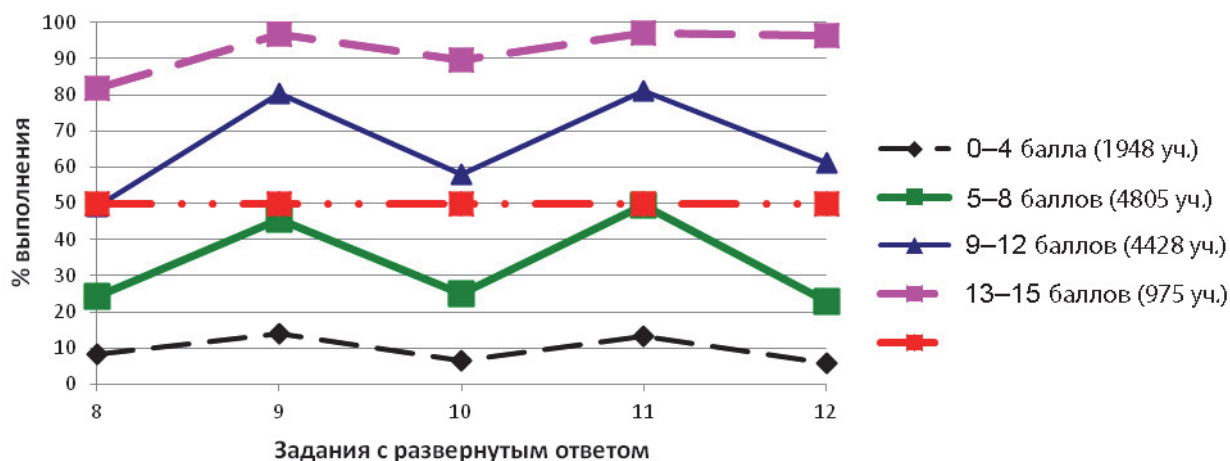


Рисунок 4.1. Процент выполнения заданий с развернутым ответом группами участников с различным уровнем подготовки (работа с десятичными дробями)

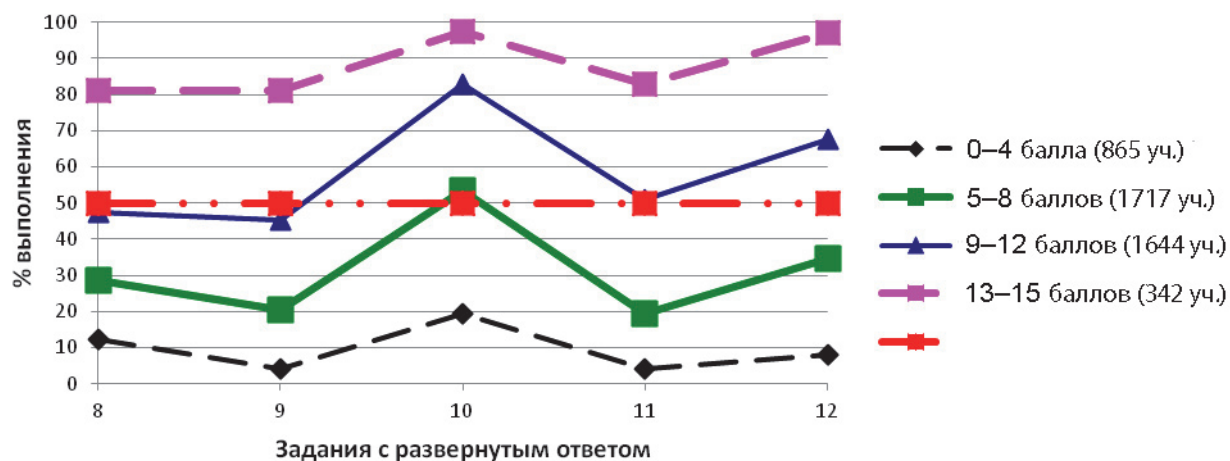


Рисунок 4.2. Процент выполнения заданий с развернутым ответом группами участников с различным уровнем подготовки (работа с обыкновенными дробями)

Данные, представленные на рисунках 3 и 4, показывают хорошую дифференцирующую способность заданий диагностической работы.

Также можно констатировать наличие системных тенденций в освоении различных вопросов программы по математике обучающимися 6 классов. Эти тенденции можно представить в виде таблицы «проблемных зон» (таблица 4).

Таблица 4

Задания, вызвавшие затруднения у разных групп участников

№ задания	Что проверяется в задании	Группы участников, получивших отметки			
		«2»	«3»	«4»	«5»
1	Владение на элементарном уровне понятием десятичной дроби	✓			
	Владение на элементарном уровне понятиями обыкновенной дроби и смешанного числа	✓			
2	Владение понятием десятичной дроби	✓	✓	✓	

	Владение понятиями обыкновенной дроби и смешанного числа	✓	✓	✓	
3	Умение выполнять арифметические действия с десятичными дробями	✓	✓		
	Умение выполнять арифметические действия с обыкновенными дробями и смешанными числами	✓	✓		
4	Умение оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения	✓	✓	✓	
5	Умение решать простейшее уравнение, выполняя при этом арифметические действия с десятичными дробями	✓	✓		
	Умение решать простейшее уравнение, выполняя при этом арифметические действия с обыкновенными дробями	✓	✓		
6	Умение работать с информацией, представленной в табличной форме	✓	✓		
7	Умение оценить реальные значения величин: расстояния, размер, вес объектов окружающего мира и т.п.	✓			
8	Владение понятием делимости натуральных чисел	✓	✓		
9	Умение выполнять арифметические действия с десятичными дробями, соблюдая при этом определенный правилами арифметики порядок действий	✓	✓		
	Умение выполнять арифметические действия с обыкновенными дробями и смешанными числами, соблюдая при этом определенный правилами арифметики порядок действий	✓	✓	✓	
10	Умение переводить информацию из текстового представления в графическое с использованием понятия десятичной дроби	✓	✓	✓	
	Умение переводить информацию из текстового представления в графическое с использованием понятия обыкновенной дроби	✓	✓		
11	Умение решать текстовые задачи практического характера (работа с десятичными дробями)	✓	✓		
	Умение решать текстовые задачи практического характера (работа с обыкновенными дробями)	✓	✓	✓	
12	Навыки геометрического конструирования	✓	✓		

Можно констатировать наличие нескольких групп обучающихся с различным уровнем математической подготовки. Анализ различий позволяет сформулировать отдельные рекомендации по работе с обучающимися в зависимости от имеющегося у них уровня математической подготовки.

6 класс. Выводы и рекомендации по результатам выполнения работы

1. Доля участников, набравших за выполнение работы относительно высокие баллы – от 9 до 15, – составляет более 44%, что свидетельствует о наличии потенциала для повышения уровня математической подготовки, поскольку около 8% этих участников составляют сильную группу и показали высокий уровень освоения курса математики, а уровень подготовки еще 36% участников может быть существенно повышен при условии оказания им адресной поддержки со стороны учителей и соблюдения рекомендаций, приведенных в настоящем отчете.
2. Результаты исследования показали наличие ряда проблем в математической подготовке обучающихся, в том числе:
 - недостаточная сформированность понятий «десятичная дробь» и «обыкновенная дробь»;
 - недостаточный уровень сформированности навыков выполнения вычислений с десятичными дробями и смешанными числами;
 - недостаточный уровень сформированности навыков решения простейших уравнений;
 - низкий уровень сформированности навыка вычисления части числа, заданной с помощью обыкновенной дроби;
 - низкий уровень сформированности представлений о числе, навыков работы с числами, перебора вариантов, проверки заданных условий;
 - низкий уровень сформированности навыков самоконтроля, в том числе навыков внимательного прочтения текста задания, сопоставления выполняемых действий с условием задания, предварительной оценки правильности полученного ответа и его проверки;
 - слабое развитие навыков проведения логических рассуждений;
 - низкий уровень сформированности навыков геометрического конструирования, умения анализировать чертеж, видеть и использовать для выполнения задания все особенности фигуры.
3. Результаты выполнения диагностической работы позволяют выявить проблемные зоны, характерные для групп с различным уровнем математической подготовки. С учетом полученных результатов могут быть даны следующие рекомендации по работе с группами обучающихся 6 классов:
 - при работе с обучающимися, имеющими высокий уровень математической подготовки, целесообразно больше внимания уделять выполнению заданий, требующих логических рассуждений, обоснований, доказательств и т.п.;
 - при работе с обучающимися, имеющими уровень математической подготовки выше среднего, рекомендуется обратить внимание на более глубокое освоение понятийного аппарата, выполнение практикоориентированных заданий на основе реальных бытовых ситуаций, на развитие логического мышления, а также на выполнение заданий по геометрии, в которых необходимо детально анализировать чертеж, выявлять его особенности, проводить дополнительные построения;

- при работе с обучающимися, имеющими средний уровень подготовки, представляется важным уделять больше внимания контролю усвоения ключевых математических понятий, отработке навыков выполнения стандартных учебных заданий, в том числе выполнения арифметических действий с дробями, решения простейших уравнений, решения простейших текстовых заданий и т.п.
- при работе с обучающимися, имеющими низкий уровень подготовки, рекомендуется в первую очередь обратить внимание на отработку основных понятий, базовых навыков счета, чтения и понимания учебного математического текста, работы с информацией, представленной в различных формах.

Анализ выполнения диагностической работы в 7 классе

7 класс. Анализ выполнения заданий диагностической работы

Линия 1

В заданиях этой линии проверялось умение выполнять арифметические действия с отрицательными числами.

Пример 1.1. Процент выполнения – 72

Найдите значение выражения $25 : (10 - 15)$.

Ответ: -5.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
5	17,68

Пример 1.2. Процент выполнения – 50

Найдите значение выражения $-21 + 10 : (-5)$.

Ответ: -23.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
23	9,93
-19	6,93
2,2	5,06
19	1,87
-16	1,50
-26	1,22
-2,2	1,12

Максимальное количество ошибок в обоих примерах вызвано потерей знака «минус» в ответе.

Во втором примере вторая и четвертая по частоте ошибки – потеря знака «минус» либо неверно выполненное сложение двух отрицательных чисел. Третья строка в таблице типичных ошибок соответствует нарушению порядка арифметических действий. Пятая и шестая ошибки в таблице (ответы -16 и -26) вызваны, вероятно, тем, что участники вместо деления выполняли вычитание $10 - 5$.

По результатам выполнения заданий данной линии можно констатировать недостаточную сформированность у обучающихся 7 классов навыков арифметических действий с отрицательными числами.

Линия 2

В заданиях этой линии проверялось владение понятием обыкновенной дроби.

Пример 2

Полностью верно выполнили это задание 29% участников, еще 53% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

Выберите верные утверждения.

- 1) Если знаменатель положительной дроби увеличить в 3 раза, то дробь уменьшится в 3 раза.
- 2) Если из числителя дроби вычесть 5 и из знаменателя вычесть 5, то значение дроби не изменится.
- 3) При умножении двух правильных дробей всегда получается правильная дробь.
- 4) Если числитель и знаменатель дроби поменять местами, то дробь не изменится.

В ответе укажите номера верных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ:

1	3
---	---

Типичные ответы, оцениваемые 1 баллом (допущена одна ошибка)

Ответ	% участников
3	13,67
23	9,08
12	6,74
1	5,71
123	4,87
34	4,03
32	1,87
14	1,78
134	1,31

Типичные неверные ответы

Ответ	% участников
4	5,43
2	3,46
24	1,4
124	1,12

В приведенном примере:

- более 40% участников НЕ указали в качестве верного утверждение 1;
- около 29% участников указали в качестве верного утверждение 2;
- около 26% участников НЕ указали в качестве верного утверждение 3
- более 15% участников указали в качестве верного ответа утверждение 4.

Результаты выполнения заданий данной линии показывают наличие серьезных проблем с усвоением понятия обыкновенной дроби, препятствующих дальнейшему успешному изучению дробно-рациональных выражений, обратнопропорциональной зависимости и т.д. Отчасти низкие

результаты объясняются тем, что на уроках больше времени уделяется алгоритмам работы с дробями, а не качественным свойствам и построению примеров/контрпримеров.

Линия 3

В заданиях этой линии проверялось умение решать уравнение с одним неизвестным.

Пример 3.1. Процент выполнения – 54

Решите уравнение $5 \cdot x - 2 \cdot (3 - x) = 8$.

Ответ: 2.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
3	2,77
4,6	1,96
8	1,82
1	1,68
4	1,68
3,5	1,33
5	1,33
1,5	1,16
7	1,12

Пример 3.2. Процент выполнения – 19

Решите уравнение $3 \cdot (3 - x) + 7 \cdot x = -1$.

Ответ: -2,5.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
1	6,57
-1	6,09
-2	5,70
2	4,93
2,5	4,73
16	1,55
15	1,26
4	1,26
-16	1,16
-4	1,16
-3	1,06
3	1,06

В первом примере при правильном раскрытии скобок необходимо было приводить подобные слагаемые с переменной, имеющие положительные коэффициенты. В этом примере типичные неверные ответы были получены в основном при неверном раскрытии скобок или в результате ошибок в вычислениях.

Во втором примере при приведении подобных слагаемых к отрицательному коэффициенту при x нужно прибавить положительный, что сложнее, чем в первом примере. Ошибки также возникали и при раскрытии скобок, и при переносе слагаемого из левой части равенства в правую. Возможно, такой низкий процент выполнения второго примера обусловлен также ожиданиями участников получить в ответе целое число.

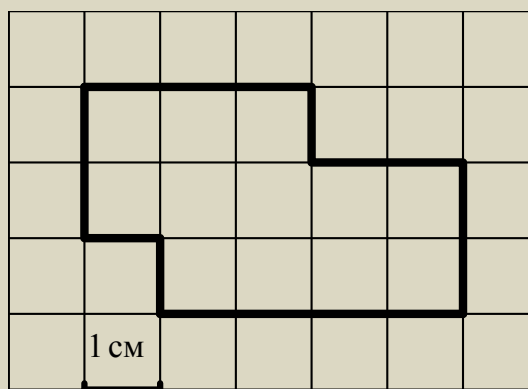
Результаты говорят о весьма низком уровне сформированности у участников навыков выполнения алгебраических преобразований, особенно раскрытия скобок и действий с отрицательными числами.

Линия 4

В заданиях этой линии проверялось владение основными геометрическими понятиями.

Пример 4.1. Процент выполнения – 45

На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображена фигура (см. рисунок). Найдите ширину прямоугольника, имеющего такую же площадь, если его длина равна 4 см. Ответ дайте в сантиметрах.



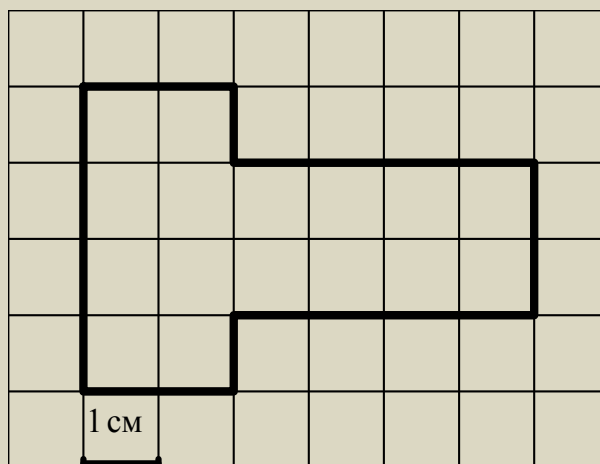
Ответ: 3.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
2	6,35
4	5,82
12	4,59
8	3,19
5	2,63
6	2,28
16	2,14
3,75	1,51
14	1,09

Пример 4.2. Процент выполнения – 26

На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображена фигура (см. рисунок). Найдите сторону квадрата, имеющего такой же периметр. Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: 5.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
4	20,45
16	5,08
6	4,89
8	4,49
20	2,91
4,5	2,57
2	2,50
12	2,13
24	2,13
3	1,47
18	1,36
1	1,25
10	1,18

В первом примере две наиболее распространенные ошибки вызваны, вероятно, неверным прочтением условия: участники либо искали ширину равновеликого четырехугольника, забывая о том, что длина его равна 4 см, либо указывали длину вместо ширины.

Во втором примере наиболее частая ошибка была вызвана тем, что участники либо вместо периметра находили площадь данной фигуры, а потом сторону равновеликого квадрата, либо при вычислении периметра подсчитывали количество клеток, лежащих вдоль периметра.

Также следует отметить, что третья по частоте типичная ошибка в первом примере и вторая во втором вызваны невнимательным прочтением условия: участники находили площадь или периметр и останавливались, указывая их в ответе.

Важно понимать, что цели изучения геометрии в школьном курсе математики не сводятся к освоению определенного набора стандартных формул и приобретению умения применить эти формулы в типичной учебной ситуации. Важными с точки зрения практического применения результатов обучения являются навыки геометрического конструирования,

умение видеть и использовать для выполнения задания все особенности фигуры. Результаты выполнения данного задания показывают низкий уровень сформированности этих навыков.

Линия 5

В заданиях этой линии проверялось умение делить число в заданном отношении.

Пример 5.1. Процент выполнения – 49

В секции по плаванию число мальчиков относится к числу девочек как 9:11. Сколько в этой секции мальчиков, если в ней всего 40 детей?

Ответ: 18.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
20	7,16
22	4,08
2	3,95

Пример 5.2. Процент выполнения – 41

В саду растут вишнёвые и грушевые деревья. Число вишнёвых деревьев относится к числу грушевых деревьев как 3:2. Сколько в этом саду вишнёвых деревьев, если в нём всего 45 деревьев?

Ответ: 27.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
30	10,79
15	7,07
9	4,59
18	3,72
3	1,16

Наиболее часто встречающиеся ошибки в обоих примерах вызваны, вероятно, тем, что участники пытались «скомпоновать» ответ, выполнив простейшие действия, например сложив 9 и 11 в первом примере или вычислив две трети от 45 во втором.

Часть неверных ответов вызвана невнимательным прочтением условия: вместо количества вишневых деревьев обучающиеся вычисляли количество грушевых или вместо числа мальчиков – число девочек.

Результаты выполнения заданий этой линии свидетельствуют о низком уровне сформированности представлений о числе, навыков работы с числами, владения понятием «отношение двух чисел». Отметим также слабое развитие у обучающихся навыков самоконтроля.

Линия 6

В заданиях этой линии проверялось владение понятиями «обыкновенные дроби» и «десятичные дроби».

Пример 6.1

Полностью верно выполнили это задание 55% участников, еще 23% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

Какие из перечисленных обыкновенных дробей могут быть представлены в виде конечной десятичной дроби?

1) $\frac{13}{26}$

2) $\frac{7}{9}$

3) $\frac{3}{13}$

4) $\frac{3}{12}$

В ответ запишите номера выбранных дробей без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ:

1	4
---	---

Типичные ответы, оцениваемые 1 баллом (допущена одна ошибка)

Ответ	% участников
1	7,20
4	5,06
134	1,64
24	1,64
13	1,57
124	1,47
12	1,24

Типичные неверные ответы

Ответ	% участников
23	7,43
2	3,85
3	2,01

Пример 6.2

Полностью верно выполнили это задание 30% участников, еще 42% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку).

Какие из перечисленных обыкновенных дробей **не могут** быть представлены в виде конечной десятичной дроби?

1) $\frac{3}{21}$

2) $\frac{15}{20}$

3) $\frac{49}{7}$

4) $\frac{5}{6}$

В ответ запишите номера выбранных дробей без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ:

1	4
---	---

Типичные ответы, оцениваемые 1 баллом (допущена одна ошибка)

Ответ	% участников
4	9,33
134	7,96
24	5,93
13	5,15
124	3,23
34	2,24
1	2,07
12	1,82

Типичные неверные ответы

Ответ	% участников
3	6,98
23	5,47
123	3,33
2	2,66

В первом примере наиболее распространенные ошибки вызваны тем, что участники не смогли правильно сократить либо первую, либо четвертую дробь.

Во втором примере, помимо потери одного из очевидных правильных ответов, к ошибкам привело непонимание того, что целое число может быть представлено в виде конечной десятичной дроби: значительное число участников включили в ответ дробь $49/7$.

Значительная часть ошибок при выполнении обоих примеров связана также с неверным прочтением условия: в первом примере часть учеников выписали те дроби, которые не могут быть представлены в указанном виде, хотя требовались те, которые могут; во втором примере – наоборот, несмотря на то, что слова «не могут» были выделены.

Можно констатировать невысокий уровень владения понятиями «обыкновенная дробь» и «конечная десятичная дробь», недостаточное понимание связи между ними. Как и при выполнении заданий предыдущей линии, обучающиеся продемонстрировали слабое владение навыками самоконтроля.

Линия 7

В заданиях этой линии проверялось умение оценить реальные значения величин: расстояния, размеры, вес объектов окружающего мира и т.п.

Пример 7.1. Процент выполнения – 79

Медсестра взвесила 10-летнего ребёнка на электронных весах и записала в медицинскую карту его вес – 3474 кг, забыв поставить запятую. Каков вес ребёнка на самом деле? Ответ укажите в килограммах.

Ответ: 34,74.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
3,474	5,80
34	4,15
347,4	1,55

Пример 7.2. Процент выполнения – 87

В медицинской карте космонавта указан его рост – 178 м. Увидев ошибку, врач поставил запятую в нужном месте. Каков рост космонавта на самом деле? Ответ укажите в метрах.

Ответ: 1,78.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
17,8	3,14
178	1,99

Пример 7.3. Процент выполнения – 55

В проекте 12-этажного дома указано, что его высота составит 4265 м. Исправьте ошибку, поставив в нужное место запятую. В ответе укажите высоту дома в метрах.

Ответ: 42,65.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
426,5	22,69
4,265	6,83
42	1,05

Пример 7.4. Процент выполнения – 54

Петя измерил длину и ширину кабинета математики и вычислил его площадь. У него получилось 5285 м^2 , так как Петя забыл поставить запятую. Какова реальная площадь кабинета математики? Ответ укажите в квадратных метрах.

Ответ: 52,85.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
5,285	22,27
528,5	8,94
5285	1,16

Высота дома и площадь школьного класса – величины, с которыми школьники редко сталкиваются в повседневной жизни, в отличие от роста и веса человека. Поэтому прикидки чаще были неверными, а некоторые – абсурдными.

Полученные результаты свидетельствуют о недостаточном развитии у обучающихся представлений о числе и реальных значениях физических величин.

Линия 8

В заданиях этой линии проверялось умение работать с информацией, представленной в табличной форме. Задание совпадало с аналогичным заданием для 6 класса.

Пример 8.1. Процент выполнения – 56 (в 6 классе – 55)

Даша приехала в аэропорт в 11:30, чтобы встретить ближайший самолёт из Санкт-Петербурга. Пользуясь таблицей, определите, сколько минут ей осталось ждать прилёта этого самолёта.

Город отправления	Время отправления	Время прилёта	№ выхода
Воркута	09:00	11:45	8
Сочи (Адлер)	09:25	11:40	7
Санкт-Петербург	10:15	11:55	14
Новосибирск	10:45	14:30	2
Краснодар	10:50	12:45	9
Новосибирск	11:15	15:45	11
Самара	11:55	13:40	4
Санкт-Петербург	12:10	14:35	6
Краснодар	12:40	14:50	3

Ответ: 25.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
40	8,60
185	3,96
15	3,77
10	1,64
80	1,06

Пример 8.2. Процент выполнения – 40 (в 6 классе – 39)

Алёна приехала в аэропорт в 11:50, чтобы встретить ближайший самолёт из Краснодара. Пользуясь таблицей, определите, сколько минут ей осталось ждать прилёта этого самолёта.

Город отправления	Время отправления	Время прилёта	№ выхода
Воркута	09:00	11:45	8
Сочи (Адлер)	09:25	11:40	7
Санкт-Петербург	10:15	11:55	14
Новосибирск	10:45	14:30	2
Краснодар	10:50	12:45	9
Новосибирск	11:15	15:45	11
Самара	11:55	13:40	4
Санкт-Петербург	12:10	14:35	6
Краснодар	12:40	14:50	3

Ответ: 55.

Типичные ошибки

Ответ	% участников
50	7,96
95	6,27
180	5,90
5	3,65
3	2,25
35	1,78
65	1,59
9	1,4
45	1,22
90	1,22
115	1,03

Результаты выполнения заданий этой линии полностью аналогичны соответствующим результатам в 6 классе.

В первом примере наиболее частые ошибки вызваны тем, что данные брались не из столбца «Время прилёта», а из столбца «Время отправления» или выбиралось время прилёта не ближайшего, а следующего за ним рейса. Третья строчка, вероятно, соответствует арифметической ошибке при вычислении времени ожидания.

Во втором примере первая и третья типичные ошибки – неверный выбор столбца: «Время отправления» вместо «Времени прилёта», а также выбор времени прилёта не ближайшего, а следующего за ним рейса. Вторая ошибка, по-видимому, связана с неверным вычислением разницы во времени при переходе через час: интервал между 11:50 и 12:45, вероятно, был посчитан как сумма $50 + 45$.

Результаты, как и в 6 классе, свидетельствуют не столько о недостаточно сформированных навыках работы с табличной информацией, сколько о недостаточном самоконтроле участников, поскольку большинство ошибочных ответов связаны с неточной или неверной интерпретацией условия либо с ошибками в вычислениях. Обращает на себя внимание отсутствие динамики в выполнении этого задания обучающимися 7 классов по сравнению с шестиклассниками и о схожести допущенных ими ошибок. Это свидетельствует о недостаточности практики работы с табличными данными на уроках в школе.

Линия 9

В заданиях этой линии проверялось умение оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения. Задание совпадало с аналогичными заданиями для 5 и 6 классов.

Полностью верно выполнили это задание в среднем 17% участников, еще 64% получили за него 1 балл (допустили одну ошибку). В 5 классе соответствующие доли участников составляют 14% и 65%, а в 6 классе – 15% и 66%, т.е. практически не отличаются от 7 класса.

Пример 9

Даша часто читает детективы. Когда она приезжает на дачу, то обязательно каждый день там читает какой-нибудь детектив. Выберите утверждения, которые следуют из данной информации.

- 1) Если Даша читает детектив, значит, она приехала на дачу.
 2) Если Даша провела прошедшие выходные дни на даче, значит, она в эти дни читала детектив.
 3) Если Даша не на даче, то она не читает детектив.
 4) Если Даша вчера не читала детектив, значит, она не была вчера на даче.

В ответе укажите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ:

2	4
---	---

Типичные ответы, оцениваемые 1 баллом (допущена одна ошибка)

Ответ	% участников
2	26,68
12	13,45
124	4,10
14	3,47
4	2,84
21	1,68
23	1,47

Типичные неверные ответы

Ответ	% участников
1	5,78
134	3,68
13	2,21
3	1,89
1234	1,37

Данное задание было в диагностических работах 5 и 6 классов. При этом процент выполнения почти не увеличился.

Результаты свидетельствуют не только о весьма низком уровне сформированности умения рассуждать логически, но и об отсутствии какой-либо динамики в развитии этого умения от 5 к 7 классу. Вероятно, на уроках в школе слишком мало внимания уделяется рассуждениям, доказательствам, обоснованиям и т.п.

Линия 10

В заданиях этой линии проверялось владение понятиями «дроби», «отрицательные числа».

Пример 10.1. Процент выполнения – 20

Приведите пример двух обыкновенных дробей, произведение которых – целое отрицательное число.

Ответ: например, $\frac{5}{7}$ и $-\frac{7}{5}$.

Должна быть засчитана любая другая пара чисел, удовлетворяющих условию.

Пример 10.2. Процент выполнения – 21

Приведите пример отрицательного и положительного целых чисел, модуль суммы которых больше 10, но меньше 20.

Ответ: например, 30 и –15.

Должна быть засчитана любая другая пара чисел, удовлетворяющих условию.

Умение приводить примеры, удовлетворяющие каким-либо условиям, – важный аспект владения понятийным аппаратом математики. Схожие между собой и крайне низкие проценты выполнения заданий этой линии свидетельствуют об отсутствии у большинства участников таких умений.

Линия 11

В заданиях этой линии проверялось умение выполнять арифметические действия с дробями.

Пример 11.1. Процент выполнения – 44

Найдите значение выражения $\frac{2}{7} \cdot 4,9 + \left(\frac{9}{5} - 1\right)$.

Ответ: 2,2.

Пример 11.2. Процент выполнения – 24

Найдите значение выражения $-\frac{1}{8} \cdot 5,6 - \left(\frac{1}{5} - 1\right)$.

Ответ: 0,1.

В первом случае нужно к положительному числу прибавить положительное, а во втором примере из отрицательного числа необходимо вычесть отрицательное, что, очевидно, привело к существенной разнице в успешности выполнении заданий. Кроме этого, в примере 11.2 в скобках из меньшего числа вычитается большее, что также могло вызвать затруднения.

Действия с рациональными числами – один из самых сложных разделов курса математики 7 класса, поэтому невысокий процент выполнения заданий этой линии закономерен. Целесообразно было бы более точно определять необходимый уровень владения этим материалом в зависимости от целей изучения математики обучающимся.

Линия 12

В заданиях этой линии проверялось умение решать стандартные текстовые задачи.

Пример 12.1. Процент выполнения – 48

Один рабочий выполняет заказ за 7 ч. Сколько таких заказов выполнят двое рабочих за 14 ч, работая вместе, если они работают с одинаковой скоростью?

Ответ: 4 заказа.

Пример 12.2. Процент выполнения – 29

Один рабочий выполняет заказ за 9 ч. Сколько таких заказов выполнят трое рабочих вместе за 12 ч, если они работают с одинаковой скоростью?

Ответ: 4 заказа.

В первом примере общее количество часов (14) делится нацело на количество часов, требуемых для выполнения одного заказа (7). Таким образом, ответ можно было получить, например, последовательным удвоением: двое рабочих за 7 часов, двое рабочих за 14 часов.

Во втором примере 12 на 9 не делится, поэтому нужно было либо вычислить время выполнения одного заказа тремя рабочими, а затем сравнить это время с 12 часами, либо, например, решить задачу стандартным путем, вводя понятие производительности.

Результаты свидетельствуют о том, что у обучающихся слабо развито умение решать стандартные текстовые задачи, анализируя числовые данные и проводя рассуждения либо используя стандартные методы.

Линия 13

В заданиях этой линии проверялось умение решать практические задачи, в том числе анализировать ситуацию и выбирать оптимальный вариант.

Пример 13.1. Процент выполнения – 36

Вите нужно купить 3 л кефира. Пакет кефира объемом 0,5 л стоит 40 руб. Пакет кефира объемом 1 л стоит 61 руб. Кроме того, в магазине проходит акция: три пол-литровых пакета кефира продаются по цене двух таких же пакетов. Какую наименьшую сумму в рублях потратит Витя на покупку? Ответ поясните.

Ответ: 160 рублей.

Пример 13.2. Процент выполнения – 16

Маше нужно купить 2 л сметаны. Пластиковая коробка сметаны объемом 0,25 л стоит 44 руб. Коробка сметаны объемом 0,5 л стоит 85 руб. Кроме того, в магазине проходит акция: три коробки сметаны объемом 0,25 л продаются по цене двух таких же коробок. Какую наименьшую сумму в рублях потратит Маша на покупку? Ответ поясните.

Ответ: 261 рубль.

Низкие результаты выполнения заданий этой линии объясняются прежде всего невниманием участников исследования к требованию пояснить то, почему указанная в ответе сумма является минимальной (при отсутствии такого пояснения за ответ выставлялось 0 баллов).

Разницу в процентах выполнения приведенных задач можно объяснить тем, что в первом примере для получения верного ответа достаточно дважды воспользоваться однотипным действием (акцией), а во втором необходимо «скомбинировать» товары по акции с обычной покупкой. Помимо этого, во втором случае требовались более сложные вычисления.

Полученные результаты говорят о слабом умении обучающихся оперировать числовыми данными, сравнивать результаты вычислений и выбирать из них оптимальный вариант.

Линия 14

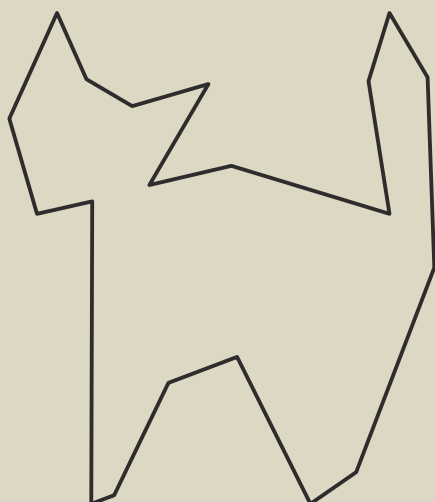
Заданиями этой линии проверялись навыки геометрического конструирования. В задании требовалось провести разбиение сложного многоугольника на треугольники.

Полностью выполнить это задание смогли в среднем 31% обучающихся. Еще около 4,5% обучающихся провели разбиение, но треугольников в разбиении оказалось либо меньше, либо больше, чем требовалось. Соответствующие показатели при выполнении этого же задания для 6 класса – 39% и 4,5%, а при выполнении аналогичного, но чуть более простого технического задания для 5 класса – 26% и 4,5%.

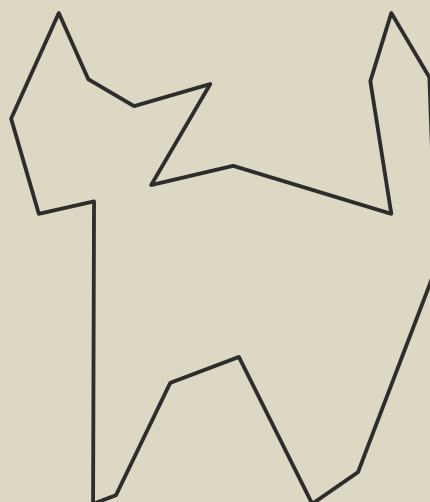
Пример 14

Алина хочет сделать для младшего брата пазл в виде кошки. Пазл должен складываться из разноцветных кусочков картона, причём каждый кусочек – в форме треугольника. Для изготовления пазла Алина сделала выкройку, как показано ниже. Изобразите на рисунке линии, по которым Алина может разрезать эту выкройку на кусочки в форме треугольников. Кусочков должно быть не менее 15 и не более 20. Один из рисунков можно использовать как черновик.

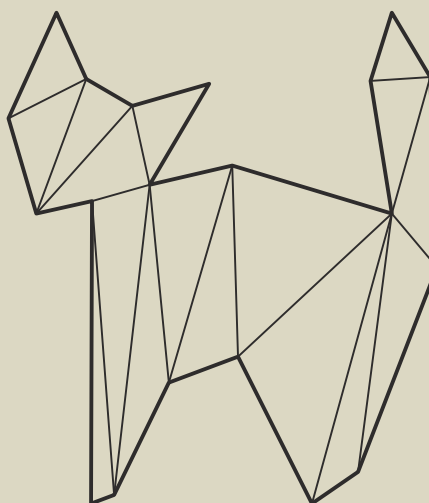
Черновик



Ответ



Пример правильного решения



Невысокий процент выполнения данного задания показывает, что у школьников недостаточно развиты навыки геометрического конструирования, а также навыки самоконтроля.

Одно из объяснений более низких результатов выполнения этого задания в 7 классе по сравнению с результатами 6 класса состоит в том, что в 7 классе больше участников не приступали к его выполнению. Это соответствует и общим аналитическим выводам настоящего исследования относительно резкого падения интереса к изучению математики от 5 к 7 классу. Возможно также, что у семиклассников уже другое отношение к геометрии (сухая наука: аксиомы, теоремы, доказательства...), вследствие чего теряются и интерес, и базовые навыки.

Линия 15

Задания 15–17 составляли содержание третьей, дополнительной части работы, предназначенной для обучающихся, имеющих более высокий уровень подготовки.

В задании 15 проверялось умение выполнять сложные арифметические действия.

Пример 15. Процент выполнения – 7

Найдите значение выражения $3 \cdot 1\frac{1}{5} - 1\frac{8}{10}$.

Ответ: –3.

Линия 16

В заданиях этой линии проверялось владение понятием делимости чисел.

Пример 16. Процент выполнения – 17

Вычеркните из числа 7 556 556 две цифры так, чтобы полученное число делилось на 45. В ответе запишите полученное число.

Ответ: 75 555.

Линия 17

В заданиях этой линии проверялось умение переводить информацию из текстового представления в графическое.

Пример 17. Процент выполнения – 24

Отметьте на прямой точки A , B , C и D так, чтобы были истинны следующие утверждения.

$AB = 3$ см

$BC = 7$ см

$CD = 2$ см

$DA = 8$ см

Черновик															
Ответ															

Пример правильного решения

Черновик															
Ответ		<i>C</i>	<i>D</i>					<i>B</i>		<i>A</i>					

Должно быть засчитано любое решение, удовлетворяющее условию задания.

Линии 15–17 содержали задания повышенной сложности, поэтому столь низкие проценты выполнения закономерны. Вместе с тем, поскольку задания входили в «необязательную» часть, многие участники предпочли не приступать к их выполнению.

Результаты свидетельствуют о наличии лишь очень небольшой доли участников, готовых к изучению в дальнейшем курса математики на углубленном уровне.

7 класс. Анализ результатов выполнения работы группами участников с разным уровнем подготовки

Ниже представлены таблица перевода первичных баллов в отметки по пятибалльной шкале, а также процент участников, находящихся на каждом из уровней подготовки (таблица 5). Максимальное количество баллов, которое можно было получить за первые две части работы, – 18. За третью, необязательную часть работы можно было набрать еще 4 балла. Отметки в таблице выставлены с учетом баллов, полученных только за первые две части работы.

Таблица 5

Таблица перевода баллов в отметки по пятибалльной шкале и результаты участников

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные баллы	0–5	6–10	11–15	16–18
Процент участников	29,2%	41,5%	25,9%	3,4%

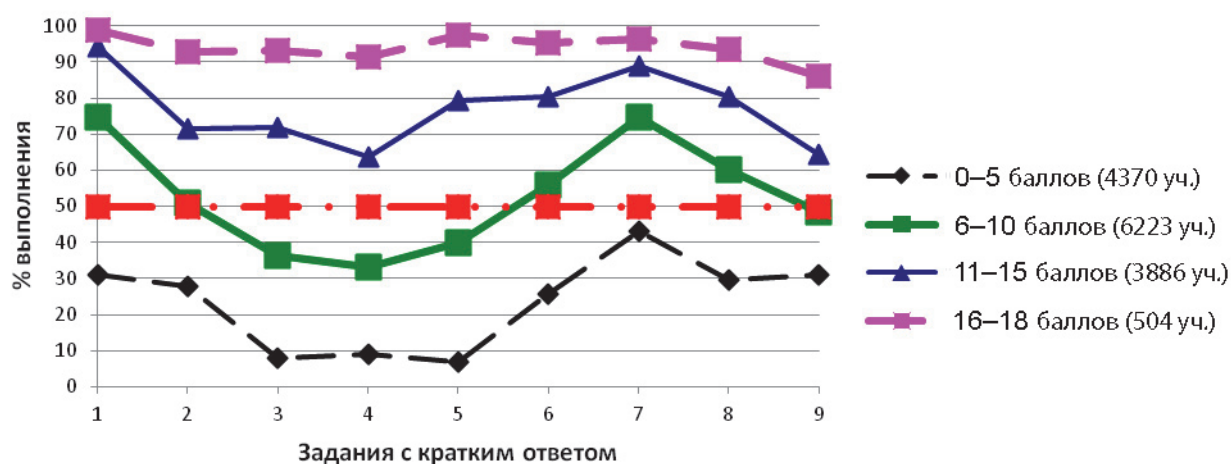


Рисунок 5. Процент выполнения заданий с кратким ответом группами участников с различным уровнем подготовки

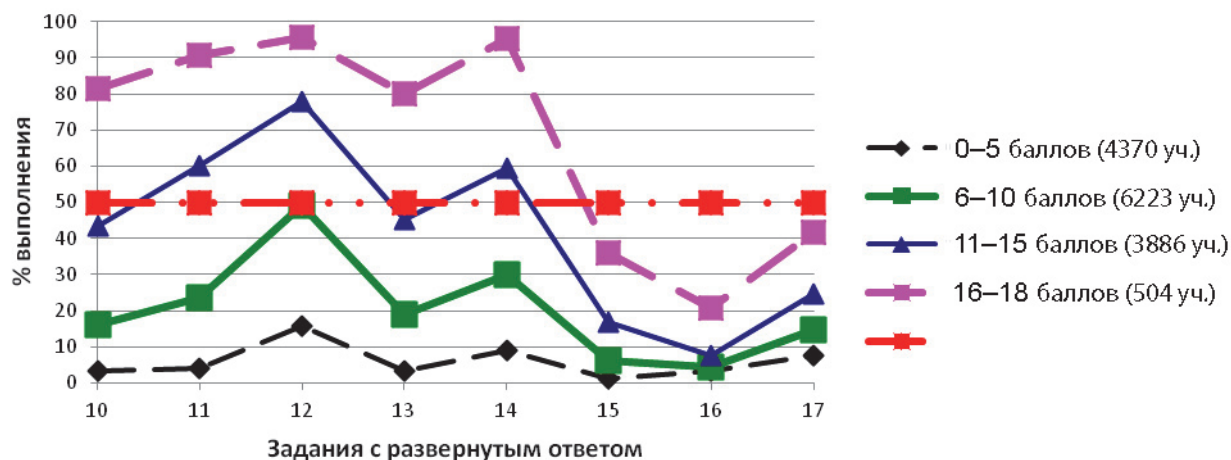


Рисунок 6. Процент выполнения заданий с развернутым ответом группами участников с различным уровнем подготовки

Данные, представленные на рисунках 5 и 6, показывают хорошую дифференцирующую способность заданий диагностической работы. Также налицо системные тенденции в освоении различных вопросов программы по математике обучающимися 7 классов. Эти тенденции можно представить в виде таблицы «проблемных зон» (таблица 6).

Таблица 6

Задания, вызвавшие затруднения у разных групп участников

№ задания	Что проверяется в задании	Группы участников, получивших отметки			
		«2»	«3»	«4»	«5»
1	Умение выполнять арифметические действия с отрицательными числами	✓			
2	Владение понятием обыкновенной дроби	✓	✓		
3	Умение решать уравнение с одним неизвестным	✓	✓		
4	Владение основными геометрическими понятиями	✓	✓		
5	Умение делить число в заданном отношении	✓	✓		
6	Владение понятиями «обыкновенные дроби» и «десятичные дроби»	✓	✓		
7	Умение оценить реальные значения величин: расстояния, размеры, вес объектов окружающего мира и т.п.	✓			
8	Умение работать с информацией, представленной в табличной форме	✓	✓		
9	Умение оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения	✓	✓		
10	Владение понятиями «дроби», «отрицательные числа»	✓	✓	✓	
11	Умение выполнять арифметические действия с дробями	✓	✓	✓	
12	Умение решать стандартные текстовые задачи	✓	✓		
13	Умение решать практические задачи, в том числе анализировать ситуацию и выбирать оптимальный вариант	✓	✓	✓	
14	Навыки геометрического конструирования	✓	✓	✓	
15*	Умение выполнять сложные арифметические действия	✓	✓	✓	✓
16*	Владение понятием делимости чисел	✓	✓	✓	✓
17*	Умение переводить информацию из текстового представления в графическое	✓	✓	✓	✓

Можно констатировать наличие нескольких групп обучающихся с различным уровнем математической подготовки. Анализ различий позволяет сформулировать отдельные рекомендации по работе с обучающимися в зависимости от имеющегося у них уровня математической подготовки.

7 класс. Выводы и рекомендации по результатам выполнения работы

1. Доля участников, набравших за выполнение работы относительно высокие баллы – от 11 до 21, включая задания третьей, необязательной части, – составляет почти 30%, что

- существенно меньше, чем в 6 классе, но все же свидетельствует о наличии потенциала для формирования группы обучающихся с высоким уровнем математической подготовки.
2. Необходимо отметить, что даже участники, получившие низкие баллы за работу в целом, приступили к выполнению сложных заданий третьей части и успешно их выполнили, что свидетельствует как об интересе к математике со стороны этих участников, так и о наличии у них скрытого потенциала для перехода в более успешную категорию.
 3. Результаты исследования показали наличие ряда проблем в математической подготовке обучающихся, в том числе:
 - низкий уровень сформированности у участников навыков выполнения алгебраических преобразований, особенно раскрытия скобок и действий с отрицательными числами;
 - невысокий уровень владения понятиями «обыкновенная дробь» и «десятичная дробь», недостаточное понимание связи между ними;
 - низкий уровень сформированности представлений о числе, навыков работы с числами, владения понятием «отношение двух чисел»;
 - низкий уровень сформированности навыков выполнения действий с числами, имеющими разные знаки; если при работе с целыми числами ошибки не являются массовыми, то при работе с дробными числами, имеющими разные знаки, ошибки имеют системный характер;
 - невысокий уровень сформированности умения решать текстовые задачи, анализируя числовые данные и проводя рассуждения либо используя стандартные методы, сравнивать результаты вычислений и выбирать из них оптимальный вариант;
 - низкий уровень сформированности представлений о числе, навыков работы с числами, перебора вариантов, проверки заданных условий;
 - недостаточное развитие у обучающихся представлений о числе и реальных значениях физических величин;
 - низкий уровень сформированности навыков самоконтроля, в том числе навыков внимательного прочтения текста задания, сопоставления выполняемых действий с условием задания, предварительной оценки правильности полученного ответа и его проверки;
 - слабое развитие навыков проведения логических рассуждений, отсутствие динамики в развитии таких навыков от класса к классу;
 - низкий уровень сформированности навыков геометрического конструирования, умения анализировать чертеж, видеть и использовать для выполнения задания все особенности фигуры.
 4. Результаты свидетельствуют о наличии лишь очень небольшой доли участников, готовых к изучению в дальнейшем курса математики на углубленном уровне.
 5. Результаты выполнения диагностической работы позволяют выявить проблемные зоны, характерные для групп с различным уровнем математической подготовки. С учетом полученных результатов могут быть даны следующие рекомендации по работе с группами обучающихся 7 классов:
 - при работе с обучающимися, имеющими высокий уровень математической подготовки, целесообразно больше внимания уделять закреплению технических

навыков выполнения алгебраических преобразований, решать практические задачи, в том числе анализировать ситуацию и выбирать оптимальный вариант, а также включать в учебный процесс выполнение заданий, требующих логических рассуждений, обоснований, доказательств и т.п.;

- при работе с обучающимися, имеющими уровень математической подготовки выше среднего, рекомендуется обратить внимание на более глубокое освоение понятийного аппарата, отработку технических навыков выполнения алгебраических преобразований, решения уравнений, решения стандартных текстовых задач, выполнение практикоориентированных заданий, с реальными бытовыми ситуациями, на развитие логического мышления, а также на выполнение заданий по геометрии, в которых необходимо детально анализировать чертеж, выявлять его особенности, проводить дополнительные построения;
- при работе с обучающимися, имеющими средний уровень подготовки, представляется важным уделять больше внимания контролю усвоения ключевых математических понятий, отработке навыков выполнения стандартных учебных заданий, в том числе выполнения арифметических действий с отрицательными числами, дробями, решения простейших уравнений, решения простейших текстовых задач и т.п.;
- при работе с обучающимися, имеющими низкий уровень подготовки, рекомендуется в первую очередь обратить внимание на отработку основных понятий, базовых навыков счета, выполнения алгебраических преобразований, чтения и понимания учебного математического текста, работы с информацией, представленной в различных формах.

Выводы и рекомендации

На основании изложенного можно сформулировать следующие выводы.

1. Основные результаты, полученные в рамках исследования качества математического образования в 5–7 классах, в целом соответствуют результатам других внешних оценочных процедур, проводимых в Российской Федерации (ОГЭ, ЕГЭ, сравнительные международные исследования и т.п.), а также данным образовательных организаций об успеваемости участников исследования:
 - участники из субъектов Российской Федерации с более высокими результатами ЕГЭ по математике показывают в НИКО более высокие результаты, чем участники из регионов с низкими результатами ЕГЭ по математике;
 - участники из субъектов Российской Федерации с более высоким показателем валового регионального продукта на душу населения имеют более высокие результаты в НИКО по математике;
 - участники из городских школ выполняют диагностические работы более успешно, чем участники из сельских;
 - девочки справляются с работой несколько лучше, чем мальчики;
 - результаты участников из образовательных организаций, в названии которых присутствуют слова «лицей», «гимназия» и т.п.³, выше, чем результаты участников из общеобразовательных школ;
 - результаты выполнения диагностических работ участниками исследования коррелируют с их итоговыми отметками по математике за предыдущий год (а также с отметками по русскому языку).

Таким образом, результаты проведенного исследования в 5–7 классах отражают общий уровень качества математического образования в целом в Российской Федерации и в сформированных группах субъектов Российской Федерации (кластерах).

2. Имеется выраженная тенденция ухудшения математической подготовки обучающихся от 5 к 7 классу, сопровождающаяся общим падением интереса к математике как к учебному предмету. Ухудшение математической подготовки проявляется как в ухудшении результатов выполнения диагностических работ от 5 к 7 классу в рамках проведенного исследования, так и в увеличении от 5 к 7 классу доли обучающихся, получивших итоговую отметку «3» за предыдущий учебный год.
3. Результаты свидетельствуют о наличии нескольких проблемных зон в подготовке обучающихся:
 - в первую очередь это отсутствие сформированных навыков выполнения вычислений: обучающиеся ошибаются в арифметических действиях с натуральными числами, нарушают порядок действий, делают ошибки в вычислениях с отрицательными числами и дробями, неверно раскрывают скобки и т.п.;
 - другая проблемная зона – отсутствие навыков самоконтроля, проявляющееся в том, что обучающиеся невнимательно читают условие задания и в результате выполняют не то, что требовалось, не проверяют свой ответ, не оценивают его с точки зрения соответствия условию и здравому смыслу. Отсутствие самоконтроля мешает обучающимся успешно справляться с заданиями, требующими выполнения последовательности шагов, проверки условий, выбора оптимального варианта решения и т.п.;
 - еще одна серьезная проблема состоит в отсутствии у обучающихся навыков проведения рассуждений. Это проявляется в слабом, чисто «техническом» владении понятийным аппаратом: участники могут выполнить стандартные действия по алгоритму, но не могут определить справедливость тех или иных

³ В основном тексте данного отчета они названы школами «повышенного уровня».

высказываний о свойствах изучаемых понятий, для чего необходимо было бы провести логические рассуждения. Эта же проблема часто препятствует успешному выполнению заданий, связанных с практическими ситуациями, требующих выполнения последовательности шагов, проверки условий, выбора оптимальных вариантов;

- необходимо отметить низкий уровень геометрической подготовки участников, слабое умение анализировать чертеж, видеть и использовать для выполнения задания все особенности фигуры, что, как представляется, является важной основой для изучения курса геометрии. Цели изучения геометрии в школьном курсе математики ни в коем случае не должны сводиться к освоению определенного спектра стандартных формул и приобретению умения применить эти формулы в стандартных учебных ситуациях.
4. Можно констатировать наличие устойчивой связи между отметками обучающихся в школе и результатами выполнения диагностических работ НИКО. Однако резкое увеличение от 5 к 7 классу доли обучающихся, имеющих отметку «3» по математике за предыдущий год и одновременно получивших низкие результаты в НИКО, скорее свидетельствует о том, что школьная отметка не является эффективным инструментом управления, а лишь фиксирует наличие значимых недостатков в математической подготовке обучающихся.
 5. Нарастание от 5 к 7 классу дифференциации в результатах НИКО между группами регионов с высокими и низкими результатами ЕГЭ по математике позволяет говорить о том, что в основной школе создается основа для будущего неуспеха в ЕГЭ.
 6. Результаты исследования позволяют говорить о наличии системных проблем в математическом образовании в субъектах Российской Федерации, имеющих низкие результаты по математике в ЕГЭ и НИКО. Например, результаты НИКО у школьных отличников из этих регионов ниже, а доля школьных отличников в этих регионах выше, что можно объяснить только занижением требований к уровню подготовки обучающихся по математике.
 7. В 5 и 6 классах изменение результатов с увеличением часов, отводимых на изучение математики, проявляется преимущественно в сельских школах, что может быть вызвано наличием системных проблем с качеством преподавания математики. От 5 к 7 классу влияние дополнительных часов математики на результат заметно возрастает, что свидетельствует об общем увеличении объема изучаемого нового материала в 6 и 7 классах и о появлении сложностей в его освоении за небольшое количество уроков в неделю.
 8. Фиксируемое по результатам анкетирования снижение интереса обучающихся к математике находится в явной связи со снижением результатов выполнения диагностических работ от 5 к 7 классу и одновременно с увеличением доли школьных «троечников». С учетом отмеченного выше увеличения значимости количества часов, отводимых на математику от 5 к 7 классу, можно говорить об определенной перегруженности курса математики содержанием, не соответствующим психофизиологическим возможностям обучающихся, что снижает мотивацию школьников к изучению математики.
 9. Перегруженность курса математики в 5–7 классах негативно сказывается на качестве освоения обучающимися базовых математических знаний, необходимых в повседневной жизни и для продолжения образования. Как следствие, значительная доля обучающихся просто не готова к работе на уроках и освоению нового материала.
 10. По результатам исследования можно сделать вывод о наличии определенного потенциала в улучшении взаимодействия учителя и обучающихся. Так, учителя преимущественно оценивают долю проявляющих интерес к предмету как 30% в «слабых» классах и 50–60% в «сильных» классах. Вместе с тем результаты анкетирования школьников показывают, что, хотя позитивное отношение к предмету и падает от 5 к 7 классу, но все же находится на достаточно высоком уровне (от

примерно 83% в 5 классе до примерно 62% в 7 классе). Эти данные говорят о наличии значительной доли обучающихся, расположенных к изучению математики, но не проявляющих явно выраженного интереса. Включение их в сферу внимания учителя, предложение этим обучающимся посильных и понятных целей изучения математики могут стать резервом повышения эффективности взаимодействия учителя с классом.

11. Имеется выраженная связь между проявляемым обучающимися интересом к изучению математики и их успехами в предмете. Таким образом, мониторинг интереса обучающихся к математике может быть одним из механизмов реализации принципов, лежащих в основе Концепции развития математического образования в Российской Федерации, согласно которой «в основном общем и среднем общем образовании необходимо предусмотреть подготовку обучающихся в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования».
12. Данные опроса учителей математики показывают наличие определенного стереотипа в их представлении об оптимальном распределении времени занятий обучающихся между уроками в школе и домашней работой. Общий для учителей взгляд: домашние задания необходимо задавать, а время, которое потратит на них обучающийся, должно быть сопоставимо с целым уроком. Представляется, что вопрос об эффективности такой организации работы является, по меньшей мере, открытым и может составить предмет актуального исследования в области педагогики и психологии.
13. Около 10–15% участников НИКО имеют неплохой потенциал и уровень подготовки, достаточные для продолжения образования в классах с углубленным изучением математики.

Рекомендуемые меры по совершенствованию математического образования

На основании полученных выводов могут быть предложены следующие меры по повышению качества математического образования.

На федеральном уровне

Представляется необходимым обеспечить доработку проектов примерных программ начального общего, основного общего и среднего общего образования по математике в части предметных требований к уровню подготовки выпускников для обеспечения возможности реализации принципов Концепции, связанных с обеспечением возможности подготовки обучающихся в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования. Важно при этом обеспечить соответствие минимальных требований к уровню подготовки, выносимых на итоговую аттестацию, потребностям выпускника в использовании математики в повседневной жизни и практической деятельности, освободив эту часть требований от излишних технически перегруженных позиций и предоставив, таким образом, возможность освоить основополагающую часть курса тем обучающимся, которые не планируют использовать математические знания в своей будущей профессиональной деятельности.

Кроме того, необходима поддержка реального введения различных направлений изучения математики, предусмотренных Концепцией.

На уровне субъектов Российской Федерации

На региональном уровне необходимы меры по совершенствованию мониторинга потребностей и целей обучающихся в изучении математики. Такой мониторинг в сопоставлении с контрольными цифрами приема на специальности вузов, требующие основательного владения математикой, и с потребностями региональной экономики мог бы способствовать более эффективному распределению ресурсов, связанных с развитием математического образования.

Необходима поддержка на региональном уровне сельских школ. Такая поддержка может заключаться, например, в дополнительных мероприятиях по переподготовке кадров, в организации дистанционных образовательных ресурсов для использования учителями и обучающимися.

Необходимы региональные программы по поддержке и развитию математического таланта школьников.

Вместе с тем чрезвычайно важна деятельность по популяризации математики, повышению интереса к ее изучению, в том числе организация математических кружков для обучающихся 2–6 классов независимо от места жительства.

Весьма актуальной представляется также задача организации курсов повышения квалификации, направленных на освоение приемов развивающего обучения, современных технологий диагностики и оценивания образовательных достижений обучающихся, использования на уроках ИКТ.

На уровне образовательной организации

На уровне образовательной организации представляются целесообразными следующие меры повышения качества математического образования:

- модернизация рабочих программ по математике в 5–9 классах с учетом введения направлений математической подготовки, необходимости обеспечения возможности построения индивидуальных образовательных траекторий;
- выставление реалистичных и понятных школьнику и его родителям целей обучения в 5–6 классах, формирование соответствующих учебных планов, корректировка учебного процесса на основе объективных данных об освоении школьниками учебного материала;
- совершенствование учебного процесса в части мотивации обучающихся, организация предпрофильного мониторинга в 8–9 классах в целях выявления потребностей и целей обучающихся в изучении математики;
- введение стандартизированного внешнего уровневого оценивания как основы для формирования итоговых школьных отметок.

Рекомендации для учителей математики

По результатам проведенного исследования могут быть сформулированы следующие рекомендации для учителей математики.

1. Повышенное внимание к работе с текстом задания (условие, вопрос). Необходимо уходить от практики «натаскивания» на стандартные формулировки. Наоборот, целесообразно подбирать максимально широкий спектр заданий, акцентируя внимание учеников на деталях текста каждого из них. Например, в вычислительных примерах можно таким образом менять условие:
 - вместо «Найти значение выражения» – «Найти удвоенное значение выражения», «Найти число, противоположное значению выражения» и т.д.;
 - вместо «Решить уравнение» – «Решить уравнение и записать в ответ сумму корней», «Решить уравнение и записать в ответ корни, увеличенные на 1» и т.д.
2. Развитие навыков проведения логических рассуждений. Важно регулярно проводить рассуждения при выполнении заданий в разных темах, чтобы у обучающихся формировалось представление о том, какими вообще могут быть доказательные рассуждения. Для этого может быть организована фронтальная работа в классе, включающая решение как стандартных, так и нестандартных заданий. Особое место на уроках математики должно занимать обоснование учениками своих доводов, в том числе с помощью примеров или контрпримеров. Начать можно с совсем простых заданий, например, «Верно ли, что сумма двух нецелых чисел всегда есть нецелое число?» или «Верно ли, что произведение двух чисел, не делящихся на 4, может делиться на 4?». Также логические рассуждения можно «вплетать» в урок в любой бытовой ситуации, например, «Петя, если ты получишь «5» за экзамен, то будет «5» в году. А следует ли из этого, что если ты не получишь «5» за экзамен, то у тебя не будет «5» в году?».
3. Развитие и поддержание вычислительных навыков:
 - время от времени весьма полезно проводить вычислительные тесты. Такие тесты помогают научить детей считать быстрее и качественнее. Подобные тесты также хорошо сочетаются с перекрестной проверкой, когда ученики сами проверяют друг друга. Таким образом, повышается и навык поиска ошибок;

- целесообразно в 6–7 классах чаще давать в примерах для устного счета примеры с возведением в квадрат (умножение числа на себя) вплоть до 20, чтобы ученики постепенно запоминали их, поскольку эти знания будут востребованы в дальнейшем, особенно в 9 классе;
 - обязательно показывать ученикам приемы эффективного устного счета и время от времени повторять их, например возведение в квадрат двузначного числа, в том числе и десятичных дробей, оканчивающегося на 5: $45 \cdot 45$; $4,5 \cdot 4,5$; $0,45 \cdot 0,45$ и т.д.;
 - одной из наиболее проблемных тем 6 класса является тема «Положительные и отрицательные числа». Если при умножении и делении правило знаков в основном усваивается учениками, то сложение вызывает большие сложности, особенно при работе со смешанными числами при переходе через единицу и в случае, когда целая часть больше у одного числа, а дробная – у другого, например: $-1\frac{3}{4} + 3\frac{5}{8}$, $1\frac{3}{4} - 3\frac{5}{8}$, $-4\frac{5}{6} - 2\frac{3}{4}$. Очень важно подробно разбирать примеры такого типа, отработывая и закрепляя алгоритм их выполнения.
4. Выполнение оценки или прикидки результатов выполнения задания. Например, при решении примера « $3,45 \cdot (-4,1)$ » можно, не решая, оценить, что ответ должен получиться отрицательным, причем если ученик не там поставит запятую (получив ответ около 1 или около 100), следует обсудить, что ответ должен быть между -20 и -10 .
 5. Регулярное выполнение практико-ориентированных заданий. В сюжетах текстовых заданий следует уделять больше внимания темам, которые близки детям или встретятся в будущем. Например, в задачах на работу детям куда интереснее решать задачи про детей, моющих посуду, чем про тракторы, вспахивающие поле, или трубы, заполняющие бассейн. Также за счет удачного подбора задач можно расширить кругозор учеников.
 6. Сохранение постоянного внимания к геометрии. При изучении геометрии, особенно до 7 класса, стоит заострить внимание учеников не только и не столько на формулах, вроде суммы углов треугольника или длины окружности, а на различных построениях, комбинациях и конструкциях, т.е. задачах с не самой стандартной формулировкой, например: разбиение фигур на части; составление фигур из частей; подсчет периметра и площади нестандартных фигур, невыпуклых многоугольников; оценка различных числовых характеристик реальных объектов (оценить площадь комнаты, расстояние до предмета и т.д.). Расширять кругозор можно и добавив «нестандартное» в стандартную задачу, например, вместо «Найдите площадь прямоугольника со сторонами 6 и 8» – «Найдите площадь квадрата, имеющего тот же периметр, что и прямоугольник со сторонами 6 и 8» или вместо «Найдите длину окружности радиуса 40 м» – «Велосипедная трасса представляет собой окружность радиусом 40 м. Какой путь проехал велосипедист, когда он преодолел половину круга?».
 7. Развитие и поддержание интереса к предмету. Этому может способствовать, например, проведение части урока в игровой, развлекательной форме.